

Arithmetik – Gleichungen mit einer Variablen & Bruchtermen

Lösungsblatt 3

Löse folgende Gleichungen über die Grundmenge $G = \mathbb{R}$!

$$\frac{4}{x-2} + \frac{8}{x-4} = \frac{12}{x-6} \quad \rightarrow \text{gemeinsamer Nenner: } (x-2) \cdot (x-4) \cdot (x-6)$$

$$\frac{4 \cdot (x-4) \cdot (x-6)}{(x-2) \cdot (x-4) \cdot (x-6)} + \frac{8 \cdot (x-2) \cdot (x-6)}{(x-2) \cdot (x-4) \cdot (x-6)} = \frac{12 \cdot (x-2) \cdot (x-4)}{(x-2) \cdot (x-4) \cdot (x-6)} \quad | \cdot (x-2) \cdot (x-4) \cdot (x-6)$$

$$4 \cdot (x^2 - 4x - 6x + 24) + 8 \cdot (x^2 - 2x - 6x + 12) = 12 \cdot (x^2 - 2x - 4x + 8) \quad | : (+4)$$

$$(x^2 - 10x + 24) + 2 \cdot (x^2 - 8x + 12) = 3 \cdot (x^2 - 6x + 8)$$

$$x^2 - 10x + 24 + 2x^2 - 16x + 24 = 3x^2 - 18x + 24 \quad | - 3x^2$$

$$-26x + 48 = -18x + 24 \quad | - 48; + 18x;$$

$$-8x = -24 \quad | : (-8)$$

$$\underline{\underline{x = +3}} \quad \underline{\underline{L = \{+3\}}}$$

$$\frac{2 \cdot (x+30)}{x+6} - 2 = \frac{2 \cdot (x+6)+x}{x^2-36} \quad \rightarrow \text{gemeinsamer Nenner: } (x^2 - 36) = (x + 6) \cdot (x - 6)$$

$$\frac{2 \cdot (x+30) \cdot (x-6)}{(x+6) \cdot (x-6)} - \frac{2 \cdot (x^2-36)}{(x+6) \cdot (x-6)} = \frac{2 \cdot (x+6)+x}{x^2-36} \quad | \cdot (x^2 - 36)$$

$$2 \cdot (x^2 + 30x - 6x - 180) - 2 \cdot (x^2 - 36) = 2x + 12 + x$$

$$2x^2 + 48x - 360 - 2x^2 + 72 = 3x + 12$$

$$48x - 288 = 3x + 12 \quad | + 288; - 3x;$$

$$45x = 300 \quad | : 15 \quad \rightarrow 3x = 20 \quad | : 3 \quad \rightarrow x = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3} \quad L = \{+ 6 \frac{2}{3}\}$$

$$\left(\frac{3x-1}{8}\right) : \left(\frac{4x+3}{5}\right) = \frac{5}{2} \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \left(\frac{3x-1}{8}\right) \cdot \left(\frac{5}{4x+3}\right) = \frac{5}{2} \quad \rightarrow \text{zuerst den Bruchterm multiplizieren!}$$

$$\left(\frac{(3x-1) \cdot 5}{8 \cdot (4x+3)}\right) = \frac{5}{2} \quad \rightarrow \text{gemeinsamer Nenner: } \{2 \cdot 8 \cdot (4x + 3)\}$$

$$\left(\frac{(3x-1) \cdot 5 \cdot 2}{2 \cdot 8 \cdot (4x+3)}\right) = \frac{5 \cdot 8 \cdot (4x+3)}{2 \cdot 8 \cdot (4x+3)} \quad | \cdot \{2 \cdot 8 \cdot (4x + 3)\}$$

$$30x - 10 = 160x + 120 \quad | - 160x; + 10;$$

$$-130x = + 130 \quad | : (-130)$$

$$\underline{\underline{x = -1}} \quad \underline{\underline{L = \{-1\}}}$$

$$\frac{3 \cdot (a-3)^2}{a^2-9} = \frac{2 \cdot (a^2-9)}{a+3} \quad \rightarrow \text{gemeinsamer Nenner: } (a^2-9) = (a+3) \cdot (a-3)$$

$$\frac{3 \cdot (a-3) \cdot (a-3)}{(a+3) \cdot (a-3)} = \frac{2 \cdot (a+3) \cdot (a-3) \cdot (a-3)}{(a+3) \cdot (a-3)} \quad \rightarrow \frac{3 \cdot (a-3)}{(a+3)} = 2 \cdot (a-3) \quad | \cdot (a+3)$$

$$3(a-3) = 2 \cdot (a-3) \cdot (a+3) \quad | : (a-3)$$

$$3 = 2a + 6 \quad | - 6 \quad \rightarrow 2a = -3 \quad \rightarrow a = -\frac{3}{2} \quad \rightarrow \underline{\underline{a = -1,5}} \quad \underline{\underline{L = \{-1,5\}}}$$