

Vektoren – Teilungspunkt einer Strecke - Verschiebungen

Lösungsblatt 1

*) Den **Teilungspunkt einer Strecke** mithilfe von Vektoren berechnen

*) Eine **Fläche** um den Vektor $\vec{x}$ **verschieben**

Die Strecke AB soll in einem bestimmten Verhältnis geteilt werden.

Geben Sie die Koordinaten des Teilungspunktes T an!

Beispiel: A(+2/+8); B(+6/+3);

Teilungsverhältnis: 1:3

das heißt: die Strecke hat **4** Teilstücke!

$$T = A + \frac{1}{4} \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} 6-2 \\ 3-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} +2 \\ +8 \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} +4 \\ -5 \end{pmatrix};$$

$$T = \begin{pmatrix} +2 \\ +8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +1 \\ -1,25 \end{pmatrix} \quad \text{T(+3/+6,75)}$$

A(-4/+6); B(+5/+3);

Teilungsverhältnis: 2:1

$$T = A + \frac{2}{3} \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} 5-(-4) \\ 3-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} -4 \\ +6 \end{pmatrix} + \frac{2}{3} \cdot \begin{pmatrix} +9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} -4 \\ +6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +6 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{T(+2/+4)}$$

A(-5/+10); B(+10/0);

Teilungsverhältnis: 3:2

$$T = A + \frac{3}{5} \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} 10-(-5) \\ 0-10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +15 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} -5 \\ +10 \end{pmatrix} + \frac{3}{5} \cdot \begin{pmatrix} +15 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} -5 \\ +10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +9 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \text{T(+4/+4)}$$

A(+6/-3); B(+9/+6);

Teilungsverhältnis: 4:2

$$T = A + \frac{4}{6} \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} 9-6 \\ 6-(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +3 \\ +9 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} +6 \\ -3 \end{pmatrix} + \frac{4}{6} \cdot \begin{pmatrix} +3 \\ +9 \end{pmatrix}; \quad T = \begin{pmatrix} +6 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +2 \\ +6 \end{pmatrix};$$

$$\text{T(+8/+3)}$$

Eine Fläche soll um den Vektor $\vec{x}$ verschoben werden! Geben Sie die Koordinaten der neuen Eckpunkte an!

Beispiel: $\triangle ABC$: A(-1/-1); B(+7/+1); C(+3/+4);

Verschiebungsvektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} +4 \\ +2 \end{pmatrix}$

$$A_1 = A + \vec{x} \rightarrow A_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +4 \\ +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +3 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = B + \vec{x} \rightarrow B_1 = \begin{pmatrix} +7 \\ +1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +4 \\ +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +11 \\ +3 \end{pmatrix}$$

$$C_1 = C + \vec{x} \rightarrow C_1 = \begin{pmatrix} +3 \\ +4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +4 \\ +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +7 \\ +6 \end{pmatrix}$$

$\triangle ABC$: A(-2/+3); B(+5/+3); C(+2/+9); $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ +2 \end{pmatrix}$

$$A_1 = A + \vec{x} \rightarrow A_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ +3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ +5 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = B + \vec{x} \rightarrow B_1 = \begin{pmatrix} +5 \\ +3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +3 \\ +5 \end{pmatrix}$$

$$C_1 = C + \vec{x} \rightarrow C_1 = \begin{pmatrix} +2 \\ +9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ +11 \end{pmatrix}$$

$\triangle ABC$: A(-1/-4); B(+3/-3); C(+1/+4); $\vec{x} = \begin{pmatrix} +5 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$A_1 = A + \vec{x} \rightarrow A_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +4 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = B + \vec{x} \rightarrow B_1 = \begin{pmatrix} +3 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +8 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$C_1 = C + \vec{x} \rightarrow C_1 = \begin{pmatrix} +1 \\ +4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +6 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$\square ABCD$: A(-4/-2); B(+2/-1); C(+1/+5); D(-5/+4)

$\vec{x} = \begin{pmatrix} +2 \\ +2 \end{pmatrix}$

$$A_1 = A + \vec{x} \rightarrow A_1 = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +2 \\ +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = B + \vec{x} \rightarrow B_1 = \begin{pmatrix} +2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +2 \\ +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +4 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$$C_1 = C + \vec{x} \rightarrow C_1 = \begin{pmatrix} +1 \\ +5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +2 \\ +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +3 \\ +7 \end{pmatrix}$$

$$D_1 = D + \vec{x} \rightarrow C_1 = \begin{pmatrix} -5 \\ +4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +2 \\ +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ +6 \end{pmatrix}$$