

Arithmetik – Arithmetische Folgen, Geometrische Reihen

Lösungsblatt

Arithmetische Folgen:

Formeln:	Beispiele
$a_{n+1} = a_n + d$ $a_2 = a_1 + d$ $a_3 = a_2 + d$ $a_{15} = a_1 + d \cdot (15 - 1)$ <hr/> $s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$ $s_n =$ ist die Summe der Zahlen a_1 bis a_n .	Gegeben: die erste Zahl der Folge ist $a_1 = 5$; die Differenz zur nächsten Zahl ist $d = 3$; Gesucht: *) die ersten 5 Zahlen der Zahlenfolge; *) die Summe der ersten 5 Zahlen s_5 ; *) a_{15} ; $a_2 = a_1 + d$ $a_3 = a_2 + d$ $a_{15} = a_1 + d \cdot (15 - 1)$ $a_2 = 5 + 3 = 8$; $a_3 = 8 + 3 = 11$; $a_{15} = 5 + 3 \cdot 14 = 47$; Zahlenfolge = {5, 8, 11, 14, 17; 47;}
Gegeben: $a_1 = 4, d = 3$; Gesucht: $a_6 = ?, s_6 = ?$ Zahlenfolge a_1 bis $a_6 = ?$	$a_6 = a_1 + d \cdot (6 - 1)$ $a_6 = 4 + 3 \cdot 5 = 19$; Zahlenfolge = {4, 7, 10, 13, 16; 19;} $s_6 = \frac{6}{2} \cdot (a_1 + a_6)$ $s_6 = \frac{6}{2} \cdot (4 + 19) \rightarrow s_6 = 69$; Die Summe der ersten 6 Zahlen ist 69.
Gegeben: $a_5 = 20, d = 2$; Gesucht: $a_1 = ?, s_5 = ?$ Zahlenfolge a_1 bis $a_5 = ?$	$a_1 = a_5 - d \cdot (5 - 1)$ $a_1 = 20 - 2 \cdot 4 = 12$; Zahlenfolge = {12, 14, 16, 18, 20;} $s_5 = \frac{5}{2} \cdot (a_1 + a_5)$ $s_5 = \frac{5}{2} \cdot (12 + 20) \rightarrow s_5 = 80$; Die Summe der ersten 5 Zahlen ist 80.

Geometrische Reihen:

Formeln:	Beispiele
$b_{n+1} = b_n \cdot q$ $b_2 = b_1 \cdot q$ $b_3 = b_2 \cdot q$ $b_7 = b_1 \cdot q^{7-1}$ <hr/> $s_n = b_1 \cdot (q^n - 1) : (q - 1)$ $s_n =$ ist die Summe der Zahlen b_1 bis b_n .	Gegeben: die erste Zahl der Reihe ist $b_1 = 5$; die Differenz zur nächsten Zahl ist $d = 2$; Gesucht: *) die ersten 5 Zahlen der Zahlenreihe; *) die Summe der ersten 5 Zahlen s_5 ; *) b_8 ; $b_2 = b_1 \cdot q$ $b_3 = b_2 \cdot q$ $b_8 = b_1 \cdot q^{8-1}$ $b_2 = 5 \cdot 2 = 10$; $b_3 = 10 \cdot 2 = 20$; $b_8 = 5 \cdot 2^7 = 5 \cdot 128 = 640$; Zahlenreihe = {5, 10, 20, 40, 80; 640;}
Gegeben: $b_1 = 3, q = 2$; Gesucht: $b_6 = ?, s_6 = ?$ Zahlenreihe b_1 bis $b_6 = ?$	$b_6 = b_1 \cdot q^{6-1}$ $b_6 = 3 \cdot 2^5 = 3 \cdot 32 = 96$; Zahlenreihe = {3, 6, 12, 24, 48, 96;} $s_6 = 3 \cdot (2^6 - 1) : (2 - 1)$ $s_6 = 3 \cdot 63 : 1 \rightarrow s_6 = 189$; Die Summe der ersten 6 Zahlen ist 189.
Gegeben: $s_5 = 242, q = 3$; Gesucht: $b_1 = ?, b_5 = ?$ Zahlenreihe b_1 bis $b_5 = ?$	$s_5 = b_1 \cdot (q^5 - 1) : (q - 1)$ $242 = b_1 \cdot (3^5 - 1) : (3 - 1)$ $242 = b_1 \cdot 242 : 2$ $b_1 = 242 : 242 \cdot 2 = 2$ Zahlenreihe = {2, 6, 18, 54, 162;} $b_5 = 162$