Vektoren im Raum – den Normalvektor bestimmen

Lösungsblatt 1

Bestimmen Sie die Koordinaten des Normalvektors $\vec{n}$ zu den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$!

Beispiel: $\vec{a} = \begin{vmatrix} +4 \\ -5 \\ -4 \end{vmatrix}; \vec{b} = \begin{vmatrix} +6 \\ +3 \\ +2 \end{vmatrix};$

Aus den Bedingungen: $\vec{n} . \vec{a} = 0$ und $\vec{n} . \vec{b} = 0$
erhält man ein Gleichungssystem mit 3 Variablen!

$\vec{n} . \vec{a} = \begin{vmatrix} xn \\ yn \\ zn \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} +4 \\ -5 \\ -4 \end{vmatrix} = 0; \rightarrow 4x_n - 5y_n - 4z_n = 0$

$\vec{n} . \vec{b} = \begin{vmatrix} xn \\ yn \\ zn \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} +6 \\ +3 \\ +2 \end{vmatrix} = 0; \rightarrow 6x_n + 3y_n + 2z_n = 0$

I: $4x_n - 5y_n - 4z_n = 0$
II: $\underline{6x_n + 3y_n + 2z_n = 0}$ $|\,.\,2$
$16x_n + y_n = 0$
$y_n = -16x_n \rightarrow$ für $\underline{x_n = t}$
$\underline{y_n = -16t}$
I: $4t - 5 . (-16t) - 4z_n = 0$
$4z_n = +84t \rightarrow \underline{z_n = +21t}$

$\vec{n} = \begin{vmatrix} xn \\ yn \\ zn \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +t \\ -16t \\ +21t \end{vmatrix} = t . \begin{vmatrix} +1 \\ -16 \\ +21 \end{vmatrix};$

Die Koordinaten des Normalvektors $\mathbf{\vec{n}} = \begin{vmatrix} \mathbf{+1} \\ \mathbf{-16} \\ \mathbf{+21} \end{vmatrix}$

$\vec{a} = \begin{vmatrix} +4 \\ +3 \\ -2 \end{vmatrix}; \vec{b} = \begin{vmatrix} +6 \\ -2 \\ +2 \end{vmatrix};$

$\vec{n} . \vec{a} = \begin{vmatrix} xn \\ yn \\ zn \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} +4 \\ +3 \\ -2 \end{vmatrix} = 0; \rightarrow 4x_n + 3y_n - 2z_n = 0$

$\vec{n} . \vec{b} = \begin{vmatrix} xn \\ yn \\ zn \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} +6 \\ -2 \\ +2 \end{vmatrix} = 0; \rightarrow 6x_n - 2y_n + 2z_n = 0$

I: $4x_n + 3y_n - 2z_n = 0$
II: $\underline{6x_n - 2y_n + 2z_n = 0}$
$10x_n + y_n = 0$
$10x_n + y_n = -10x_n \rightarrow$ für $\underline{x_n = t}$
$\underline{y_n = -10t}$
I: $4t + 3 . (-10t) - 2z_n = 0$
$2z_n = -26t \rightarrow \underline{z_n = -13t}$

$\vec{n} = \begin{vmatrix} xn \\ yn \\ zn \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +t \\ -10t \\ -13t \end{vmatrix} = t . \begin{vmatrix} +1 \\ -10 \\ -13 \end{vmatrix};$

Die Koordinaten des Normalvektors $\mathbf{\vec{n}} = \begin{vmatrix} \mathbf{+1} \\ \mathbf{-10} \\ \mathbf{-13} \end{vmatrix}$

$\vec{a} = \begin{vmatrix} +3 \\ -5 \\ -6 \end{vmatrix}; \vec{b} = \begin{vmatrix} +6 \\ +4 \\ +2 \end{vmatrix};$

$\vec{n} . \vec{a} = \begin{vmatrix} xn \\ yn \\ zn \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} +3 \\ -5 \\ -6 \end{vmatrix} = 0; \rightarrow 3x_n - 5y_n - 6z_n = 0$

$\vec{n} . \vec{b} = \begin{vmatrix} xn \\ yn \\ zn \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} +6 \\ +4 \\ +2 \end{vmatrix} = 0; \rightarrow 6x_n + 4y_n + 2z_n = 0$

I: $3x_n - 5y_n - 6z_n = 0$
II: $\underline{6x_n + 4y_n + 2z_n = 0}$ $|\,.\,3$
$21x_n + 7y_n = 0$ $|\,:7$
$3x_n + y_n = 0 \rightarrow$ für $\underline{x_n = t}$
$\underline{y_n = -3t}$
I: $3t - 5.(-3t) - 6z_n = 0$
$6z_n = +18t \rightarrow \underline{z_n = +3t}$

$\vec{n} = \begin{vmatrix} xn \\ yn \\ zn \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +t \\ -3t \\ +3t \end{vmatrix} = t . \begin{vmatrix} +1 \\ -3 \\ +3 \end{vmatrix};$

Die Koordinaten des Normalvektors $\mathbf{\vec{n}} = \begin{vmatrix} \mathbf{+1} \\ \mathbf{-3} \\ \mathbf{+3} \end{vmatrix}$

$\vec{a} = \begin{vmatrix} -2 \\ +4 \\ +4 \end{vmatrix}; \vec{b} = \begin{vmatrix} +3 \\ -2 \\ +2 \end{vmatrix};$

$\vec{n} . \vec{a} = \begin{vmatrix} xn \\ yn \\ zn \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} -2 \\ +4 \\ +4 \end{vmatrix} = 0; \rightarrow -2x_n + 4y_n + 4z_n = 0$

$\vec{n} . \vec{b} = \begin{vmatrix} xn \\ yn \\ zn \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} +3 \\ -2 \\ +2 \end{vmatrix} = 0; \rightarrow 3x_n - 2y_n + 2z_n = 0$

I: $-2x_n + 4y_n + 4z_n = 0$
II: $\underline{+3x_n - 2y_n + 2z_n = 0}$ $|\,.\,2$
$+4x_n + 8z_n = 0$ $|\,:4$
$x_n + 2z_n = 0 \rightarrow$ für $\underline{z_n = t}$
$\underline{x_n = -2t}$
I: $-2.(-2t) + 4y_n + 4t = 0$
$4y_n = -8t \rightarrow \underline{y_n = -2t}$

$\vec{n} = \begin{vmatrix} xn \\ yn \\ zn \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2t \\ -2t \\ +t \end{vmatrix} = t . \begin{vmatrix} -2 \\ -2 \\ +1 \end{vmatrix};$

Die Koordinaten des Normalvektors $\mathbf{\vec{n}} = \begin{vmatrix} \mathbf{-2} \\ \mathbf{-2} \\ \mathbf{+1} \end{vmatrix}$

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Analytische Geometrie, Vektoren, Raum, Normalvektor