

Maturabeispiele – Steigung und Maximum einer Bergstraße

Lösungsblatt 19

Für den Verlauf einer Bergstraße wird folgendes Profil in einer Tabelle notiert:

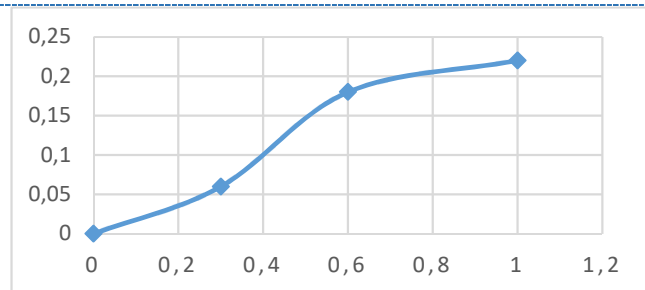
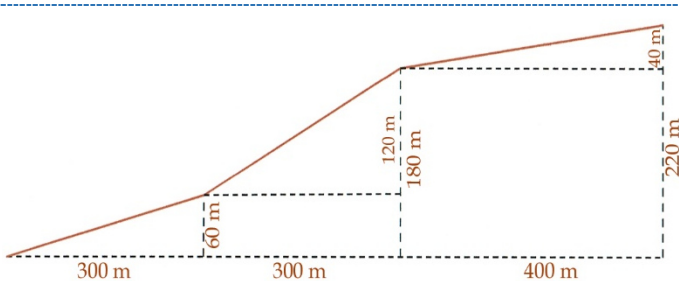
x . . . horizontale Entfernung in km;

$g(x)$: y . . . Höhenunterschied zum Ausgangspunkt in m;

Stellen Sie den Sachverhalt in einer Skizze und als Funktionsgraphen dar!

Berechnen Sie den Steigungswinkel der Streckenteilstücke und den durchschnittlichen Steigungswinkel der gesamten Strecke!

x . . . in km	0	0,3	0,6	1
y . . . in m	0	60	180	220



$$1. \quad k = \frac{0,06}{0,3} = 0,2 = \underline{\underline{20\%}}$$

$$\alpha = \arctan 0,2 = \underline{\underline{11,3^\circ}}$$

$$2. \quad k = \frac{0,18 - 0,06}{0,6 - 0,3} = \frac{0,12}{0,3} = 0,4 = \underline{\underline{40\%}}$$

$$\alpha = \arctan 0,4 = \underline{\underline{21,8^\circ}}$$

$$3. \quad k = \frac{0,22 - 0,18}{1 - 0,6} = \frac{0,04}{0,4} = 0,1 = \underline{\underline{10\%}}$$

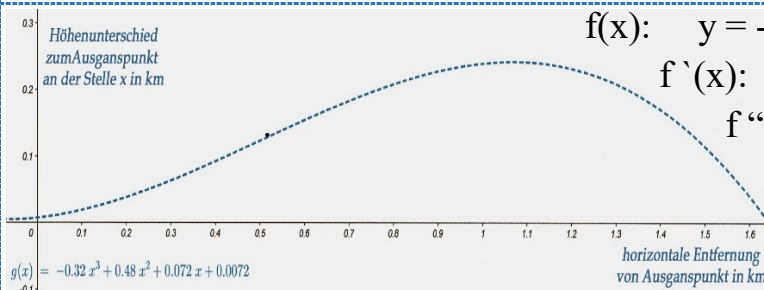
$$\alpha = \arctan 0,1 = \underline{\underline{5,71^\circ}}$$

$$k = \frac{0,22}{1} = 0,22 = \underline{\underline{40\%}}$$

$$\alpha = \arctan 0,22 = \underline{\underline{12,4^\circ}}$$

Das Profil einer anderen Bergstraße kann durch folgende Funktion im Intervall $[0 \text{ km}; 1 \text{ km}]$ dargestellt werden: $f(x)$: $y = -0,32 \cdot x^3 + 0,48 \cdot x^2 + 0,072 \cdot x + 0,0072$; $[0; 1]$;

Berechnen Sie jene Stelle der Funktion an der die Strecke eine maximale Steigung erreicht!



$$f(x): \quad y = -0,32 \cdot x^3 + 0,48 \cdot x^2 + 0,072 \cdot x + 0,0072$$

$$f'(x): \quad y' = -0,32 \cdot 3 \cdot x^2 + 0,48 \cdot 2 \cdot x + 0,072$$

$$f''(x): \quad y'' = -0,96 \cdot 2 \cdot x + 0,96; \quad y'' = 0;$$

$$-1,92 \cdot x + 0,96 = 0$$

$$1,92 \cdot x = 0,96; \quad \underline{\underline{x = 0,5}}$$

$$f(0,5): \quad y = -0,32 \cdot 0,5^3 + 0,48 \cdot 0,5^2 + 0,072 \cdot 0,5 + 0,0072$$

$$\underline{\underline{y = 0,1232}}; \quad \rightarrow \underline{\underline{12,32\%}} \quad \rightarrow \underline{\underline{\alpha = 7,02^\circ}}$$

Die Bergstraße hat **nach 0,5 km** ihre maximale Steigung von **12,32 %** ($= \alpha = 7,02^\circ$)