Arithmetik – Textgleichungen mit zwei Variablen

Lösungsblatt 1

Lösen Sie folgende Textgleichungen!

Das Produkt zweier Zahle ist 912. Vergrößert man die erste Zahl um 6 und verkleinert man die zweite Zahl um 6, so ist die Summe der Zahlen 62. Wie heißen die Zahlen?

1. Zahl: x → um 6 größere Zahl: → x + 6; *Produkt: → I: $x \cdot y = 912$ → $y = \frac{912}{x}$*

2. Zahl: y → um 6 kleinere Zahl: → x – 6; *Summe: → II: $(x + 6) + (y - 6) = 62$*

II: $(x + 6) + (\frac{912}{x} - 6) = 62$

$x + 6 + \frac{912}{x} - 6 = 62 \quad |\cdot x$

$x^2 + 6x + 912 - 6x = 62x \quad | - 62x$

$x^2 - 62x + 912 = 0$

$x_{1,2} = \frac{62}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{62}{2}\right)^2 - 912}$

$x_{1,2} = 31 \pm \sqrt{31^2 - 912}$

$x_{1,2} = 31 \pm \sqrt{961 - 912} \quad | \sqrt{49}$

$\underline{x_{1,2} = 31 \pm 7; \; x_1 = 38;}$ $(x_2 = 24;)$

$y = 912 : 38 = \underline{24}$

Die Zahlen heißen 38 und 24.

Produkt: → $38 \cdot 24 = \underline{912}$

Summe: → $(38 + 6) + (24 - 6) = \underline{62}$

Ein Schwimmbecken wird über zwei Zuflussrohre in 8 Stunden mit Wasser gefüllt. Ist das erste Rohr nur 4 Stunden und das zweite Rohr nur 6 Stunden offen, ist das Becken zu $\frac{3}{5}$ gefüllt. Wie viele Stunden würde jedes Rohr allein für das Befüllen des Beckens brauchen?

1.Rohr: x h → Leistung in 1 Stunde: $\frac{1}{x}$; → Leistung in 4 Stunde: $\frac{1}{x} \cdot 4$ → I: $\frac{1}{x} \cdot 8 + \frac{1}{y} \cdot 8 = 1 \quad \| \frac{1}{x} = a$

2.Rohr: y h → Leistung in 1 Stunde: $\frac{1}{y}$; → Leistung in 6 Stunde: $\frac{1}{y} \cdot 6$ → II: $\frac{1}{x} \cdot 4 + \frac{1}{y} \cdot 6 = \frac{3}{5} \quad \| \frac{1}{y} = b$

I: $8a + 8b = 1 \quad | \cdot 5$ → $40a + 40b = 5$

II. $4a + 6b = \frac{3}{5} \quad | \cdot (-10)$ → $\underline{-40a - 60b = -6}$

$-20b = -1$

$b = \frac{1}{20}$

→ $4a + 6 \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{5} \quad | \cdot 20$

$80a + 6 = 12$

$80a = 6$

$a = \frac{6}{80} = \frac{3}{40}$

$a = \frac{1}{x} = \frac{3}{40}$; **$\underline{x = 40/3 = 13\frac{1}{3}}$ Stunden** $b = \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$; **$\underline{y = 20}$ Stunden;**

Ein Personenzug fährt von St. Pölten um 9:00 Uhr ab. Zur gleichen Zeit fährt auch ein ICE vom Wiener Hauptbahnhof ab und holt den Personenzug nach 60 Minuten (→ 1 h) ein. (Wien – St. Pölten ca. 60 km!) Fährt der Personenzug um 20 Minuten (→ 20/60 h) früher ab als der ICE, so holt ihn der ICE erst nach 90 Minuten (→ 90/60 h) ein. Berechne die durchschnittliche Geschwindigkeit der beiden Züge!

Geschwindigkeit - ICE.: x km/h; || Der ICE ist bis zum Treffpunkt 90 Minuten || I: $1 \cdot x - 1 \cdot y = 60$ km

Geschwindigkeit - Pers.z.: y km/h; || unterwegs, der Personenzug 110 Minuten!! || II: $\frac{90}{60}x - \frac{110}{60}y = 60$ km

I: $x - y = 60$ → $x = 60 + y$

II: $\frac{90}{60}x - \frac{110}{60}y = 60 \quad | \cdot 60$ → $90x - 110y = 3600 \quad | : 10$

→ $9(60 + y) - 11y = 360$

$540 + 9y - 11y = 360$

$2y = 180$

$\underline{y \text{ (Personenzug)} = 90 \text{km/h}}$

$x = 60 + y$

$x = 60 + 90$

$\underline{x \text{ (ICE)} = 150 \text{km/h}}$