

# Maturabeispiele – Steigung der Tangente einer Funktion

Lösungsblatt 20

Auf einer Landkarte ist die Lage der Orte  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  und  $A$  durch Koordinaten angegeben:  $P_1(4 / 8)$ ;  $P_2(0 / 12)$ ;  $A(2 / 10)$ ;  $S(2 / 9)$ . Diese Orte liegen auf einer geraden Straße ( $s$ ). Für den Ort  $A$  soll eine Umfahrungsstrecke errichtet werden, die über den Vermessungspunkt  $S$  führt und bei  $P_1$  und  $P_2$  in die gerade Straße einmündet.

Die geplante Umfahrung wird durch die Funktion  $f(x)$ :  $y = -0,06 \cdot x^4 + 0,5 \cdot x^3 - x^2 - x + 12$  beschrieben.

- a) Stellen Sie durch Berechnung fest, ob die gerade Straße in  $P_1$  und  $P_2$  eine Tangente zu  $f(x)$  bildet!
- b) Eine zweite Umfahrungsvariante soll durch eine quadratische Funktion, die die Punkte  $P_2(0 / 12)$ ,  $S(2 / 9)$  und  $P_3(12 / 0)$  enthält, beschrieben werden!
- c) Eine dritte Umfahrungsvariante soll durch eine quadratische Funktion, die die Punkte  $P_2(0 / 12)$ ,  $S_1(4 / 4)$  und  $P_3(12 / 0)$  enthält, beschrieben werden!

a) Die gerade Straße führt durch die Punkte  $P_1$  und  $P_2$ :  $\rightarrow k_s = \frac{12-0}{0-12} \rightarrow \underline{k_s = -1}$

Berechnung der Steigung der Funktion  $f(x)$  in den Punkten  $P_2$  und  $P_3$ :

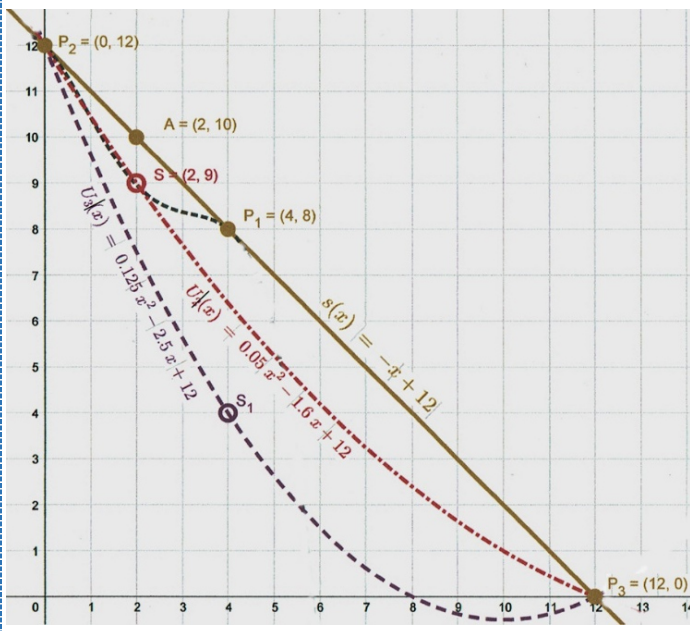
$$f(x): y = -0,06 \cdot x^4 + 0,5 \cdot x^3 - x^2 - x + 12; \rightarrow f(x)`: y` = -0,24 \cdot x^3 + 1,5 \cdot x^2 - x - 1$$

$$f(0)`: y` = -0,24 \cdot 0 + 1,5 \cdot 0 - 0 - 1; \rightarrow y` = k_{f(x)} = -1;$$

$$f(4)`: y` = -0,24 \cdot 4^3 + 1,5 \cdot 4^2 - 4 - 1; \rightarrow y` = -13,64; \underline{-1 \neq -13,64};$$

Die gerade Straße ist **im Punkt  $P_2$  eine, im Punkt  $P_1$  keine Tangente** zur Funktion  $f(x)$ !

$$f(x): y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$



b) Zweite Umfahrungsvariante:

$$I: 12 = 0 + 0 + c \rightarrow c = 12$$

$$II: 9 = 4 \cdot a + 2 \cdot b + 12 \quad | \cdot (-6)$$

$$III: 0 = 144 \cdot a + 12 \cdot b + 12$$

$$II + III: 120 \cdot a = 6 \rightarrow \underline{a = 0,05}$$

$$II: +2 \cdot b = -3 - 0,2 \rightarrow \underline{b = 1,6}$$

**Funktion der zweiten Umfahrungsvariante:**

$$\underline{f(x): y = 0,05 \cdot x^2 + 1,6 \cdot x + 12}$$

c) Dritte Umfahrungsvariante:

$$I: 12 = 0 + 0 + c \rightarrow c = 12$$

$$II: 4 = 16 \cdot a + 4 \cdot b + 12 \quad | \cdot (-3)$$

$$III: 0 = 144 \cdot a + 12 \cdot b + 12$$

$$II + III: 96 \cdot a = 12 \rightarrow \underline{a = 0,125}$$

$$II: +4 \cdot b = -2 - 8 \rightarrow \underline{b = 2,5}$$

**Funktion der dritten Umfahrungsvariante:**

$$\underline{f(x): y = 0,125 \cdot x^2 + 2,5 \cdot x + 12}$$