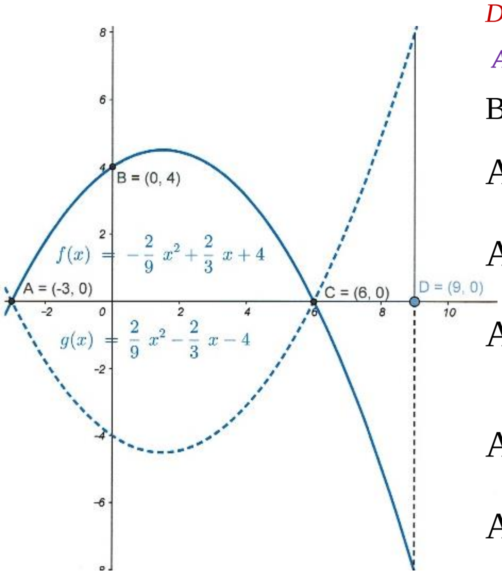
Maturabeispiele – Flächeninhalt einer Polynomfunktion

Lösungsblatt 21: Seite 2

Eine Steinplatte soll in Form eines Fisches angefertigt werden. Die Funktionsgraphen f(x) und g(x) in der nachstehenden Abbildung schließen die Fläche ein und sind bezüglich der x-Achse symmetrisch. Berechnen Sie die Fläche der Steinplatte im Intervall [– 3 | + 9]!

$f(x_1)$: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ I.: $0 = (-3)^2 \cdot a + (-1) \cdot b + c$ II: $4 = 0 \cdot a + 0 \cdot b + c \quad \rightarrow \quad \underline{\mathbf{c = +4}}$ III: $0 = +6^2 \cdot a + 6 \cdot b + c$	I.: $9 \cdot a - 3 \cdot b + 4 = 0 \quad \vert \cdot 2$ $\underline{\text{III: } 36 \cdot a + 6 \cdot b + 4 = 0}$ I.: $18 \cdot a - 6 \cdot b + 8 = 0$ $\underline{\text{III: } 36 \cdot a + 6 \cdot b + 4 = 0}$ $54\,a = -12$ $a = -\frac{12}{54}$ $\mathbf{a = -\frac{2}{9}}$	II: $36 \cdot (-\frac{2}{9}) + 4 \cdot b + 4 = 0$ $-8 + 6 \cdot b + 4 = 0$ $+6 \cdot b = +4$ $\mathbf{b = +\frac{2}{3}}$



f(x) und g(x₂) sind symmetrisch bezüglich der x-Achse, daher:

f(x): $y = -\frac{2}{9} \cdot x^2 + \frac{2}{3} \cdot x + 4$; g(x): $y = +\frac{2}{9} \cdot x^2 - \frac{2}{3} \cdot x - 4$;

Die Nullstellen können aus der Abbildung abgelesen werden:

A(-3/0) und C(+6/0)

Berechnung des Flächeninhalts:

$$A_1 = 2.\{ \int_{-3}^{+6} f(x) \cdot dx = \vert (-\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2 + 4 \cdot x) \vert_{-3}^{+6} \}$$

$$A_1 = 2.\{[-\frac{2}{27} \cdot (-3)^3 + \frac{1}{3} \cdot (-3)^2 + 4 \cdot (-3)] + [-\frac{2}{27} \cdot 6^3 + \frac{1}{3} \cdot 6^2 + 4 \cdot 6]\}$$

$$A_1 = 2.\{[+2 + 3 - 12] + [-16 + 12 + 24]\} = \underline{\mathbf{+26 = \vert 26 \vert}}$$

$$A_2 = 2.\{ \int_{+6}^{+9} f(x) \cdot dx = \vert (-\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2 + 4 \cdot x) \vert_{+6}^{+9} \}$$

$$A_2 = 2.\{[-\frac{2}{27} \cdot 9^3 + \frac{1}{3} \cdot 9^2 + 4 \cdot 9] - [-\frac{2}{27} \cdot 6^3 + \frac{1}{3} \cdot 6^2 + 4 \cdot 6]\}$$

$$A_2 = 2.\{[-54 + 27 + 36] - [-16 + 12 + 24]\} = \underline{\mathbf{-22 = \vert 22 \vert}}$$

$$A = \vert A_1 \vert + \vert A_2 \vert = 26 + 22 = \underline{\mathbf{48\ dm^2}}$$