

Maturabeispiele – Integral-Querschnittfläche berechnen

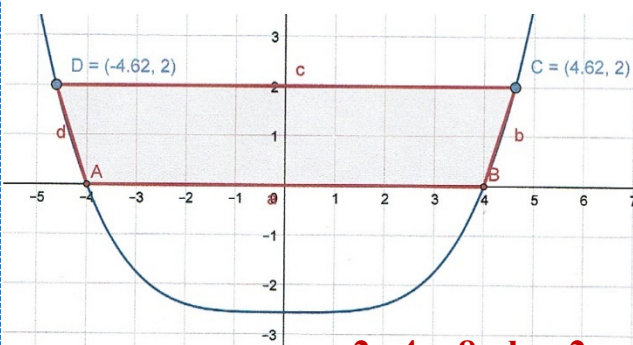
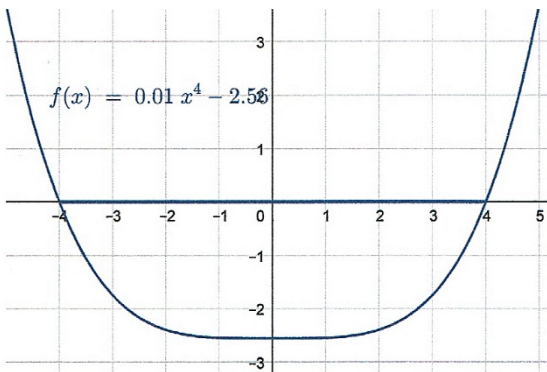
Lösungsblatt 23

Die Querschnittfläche eines Wassergrabens wird durch die Funktion $f(x): y = 0,01 \cdot x^4 - 2,56$ beschrieben. Der Wasserspiegel verläuft genau entlang der x – Achse.

$f(x)$ → Verlauf der Randkurve der Querschnittfläche in Metern;

x → horizontale Koordinaten im Metern

- Das Wasser fließt mit einer Geschwindigkeit von 0,9 m/sec. durch den Graben. Wieviel m^3 Wasser fließen pro Sekunde durch diesen Querschnitt!
- Die Grabenhöhe wird durch Verlängerung des Böschungsrand bis zu einer Höhe von 2 m über dem Wasserspiegel vergrößert. Welche geometrische Figur beschreibt annähernd die hinzugefügte Querschnittfläche und wie groß ist ihr Flächeninhalt?
- Welche Steigung hat die Böschung in Höhe des Wasserspiegels?



$$a = 2 \cdot 4 = 8; \quad h = 2; \quad \rightarrow$$

$$c = 2 \cdot 4,62 = 9,24; \quad \rightarrow$$

a) Berechnung der Nullstellen:

$$f(x): \quad y = 0,01 \cdot x^4 - 2,56; \quad \rightarrow \quad y = 0;$$

$$0,01 \cdot x^4 - 2,56 = 0 \quad | \cdot 100$$

$$x^4 = 256$$

$$\underline{x_{1,2} = \pm 4}$$

$$A = \int_{-4}^{+4} f(x) \cdot dx$$

$$A = \left| \left(\frac{0,01 \cdot x^5}{5} - 2,56 \cdot x \right) \right|_{-4}^{+4}$$

$$A = (+ 8,192) - (-8,192) = \underline{16,384 \text{ m}^2}$$

Durchflussmenge pro Sekunde:

$$16,384 \cdot 0,9 = \underline{14,7456 \text{ m}^3/\text{sec.}}$$

b) A = gleichschenkliges Trapez ;

$$f(x): \quad y = 0,01 \cdot x^4 - 2,56; \quad \rightarrow \quad y = 2;$$

$$0,01 \cdot x^4 - 2,56 = 2 \quad | \cdot 100$$

$$x^4 = 456$$

$$\underline{x_{1,2} = \pm 4,62}$$

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h = \frac{8 + 9,24}{2} \cdot 2; \quad \rightarrow \quad \underline{A = 17,24 \text{ m}^2}$$

c) $f(x): \quad y = 0,01 \cdot x^4 - 2,56; \quad \rightarrow \quad f'(x): \quad y' = 0,03 \cdot x^3$

$$f'(4): \quad y' = 0,03 \cdot 4^3; \quad \underline{y' = k = 1,92}$$

Steigungswinkel der Böschung in Höhe des Wasserspiegels: $\arctan 1,92 = \underline{\alpha = 62,48^\circ}$