

Maturabeispiele – Funktion einer Geschwindigkeitsverzögerung

Lösungsblatt 27

Eine Straßenbahn fährt nahezu konstant mit einer Geschwindigkeit von 18 m/sec zwischen den Stationen und beginnt vor der Haltestelle möglichst langsam zu bremsen. Mit folgender Funktion wird der Geschwindigkeitsverlauf von Beginn des Bremsvorgangs bis zum Stillstand des Straßenbahnzugs beschrieben:

$$f(x): y = \frac{6}{288} \cdot x^3 - \frac{6}{16} \cdot x^2 + 18.$$

$x \dots$ Zeit in Sekunden ; $y \dots$ Geschwindigkeit zum Zeitpunkt x in m/sec ;

Die negative Beschleunigung tritt beim Bremsen ein. Ihren Betrag nennt man Bremsverzögerung.

Berechnen Sie den Zeitpunkt und den Betrag der maximalen Bremsverzögerung! Um welchen Punkt der Funktion handelt es sich beim Zeitpunkt der maximalen Bremsverzögerung und wie hoch ist die Geschwindigkeit zu diesem Zeitpunkt?

Berechnung des Zeitpunkts der maximalen Bremsverzögerung:

$$f(x): y = \frac{6}{288} \cdot x^3 - \frac{6}{16} \cdot x^2 + 18 \quad f''(x): y'' = \frac{2}{16} \cdot x - \frac{3}{4}; \quad \rightarrow y'' = 0;$$

$$f'(x): y' = \frac{6 \cdot 3}{288} \cdot x^2 - \frac{6 \cdot 2}{16} \cdot x \quad \frac{1}{8} \cdot x = \frac{3}{4}$$

$$f'(x): y' = \frac{1}{16} \cdot x^2 - \frac{3}{4} \cdot x$$

$$\underline{x = 6 \rightarrow \text{Wendepunkt von } f(x)}$$

Berechnung des Betrags der maximalen Bremsverzögerung:

$$f'(6): y' = \frac{1}{16} \cdot 6^2 - \frac{3}{4} \cdot 6; \quad \rightarrow y' = \frac{36}{16} - \frac{72}{16}; \quad \rightarrow y' = -\frac{36}{16} = \underline{-2,25 \text{ m/s}^2}$$

Berechnung der Geschwindigkeit im Wendepunkt $f(x)$:

$$f(6): y = \frac{6}{288} \cdot 6^3 - \frac{6}{16} \cdot 6^2 + 18; \quad \rightarrow y = \frac{6}{288} \cdot 6^3 - \frac{6}{16} \cdot 6^2 + 18$$

$$y = 4,5 - 13,5 + 18; \quad \underline{y = 9 \text{ m/sec.}}$$

Der Zeitpunkt der maximalen Bremsverzögerung ist bei **6 sec**, es ist der Wendepunkt der Funktion. Die Bremsverzögerung beträgt **2,25 m/s²**. Die Geschwindigkeit beträgt **9 m/sec**.

Zum Zeitpunkt $x = 0$ wird bei einer Geschwindigkeit von 18 m/sec eine Notbremsung mit einer Bremsverzögerung von -3 m/s^2 eingeleitet. Veranschaulichen Sie diesen Sachverhalt in einer Grafik!

Wie ist der Sachverhalt darzustellen, wenn der Straßenbahnlenker eine Reaktionszeit von einer Sekunde hat, bevor er die Notbremsung einleitet?

