

Die Gerade im Raum – Schnittpunkt und Schnittwinkel zweier Geraden

Arbeitsblatt 1

Bestimmen Sie den Schnittpunkt und den Schnittwinkel von zwei im Raum liegenden Geraden!

$$g: X = \begin{pmatrix} +0 \\ +5 \\ +5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} +7 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad h: X = \begin{pmatrix} +7 \\ +4 \\ +5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ +3 \\ -4 \end{pmatrix};$$

1. Schritt: Da die Richtungsvektoren der beiden Geraden nicht proportional sind, sind die Geraden g und h zueinander windschief (kreuzend \rightarrow **kein Schnittpunkt!**) oder schneidend (\rightarrow **mit Schnittpunkt!**). Die x -, y - und z - Koordinaten der Geraden werden gleichgesetzt und die Parameter "s" und "t" können berechnet werden!

I: $0 + 7 \cdot t = 7 - 6 \cdot s$

II:

III: _____

$$g: X = \begin{pmatrix} +0 \\ +5 \\ +5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} +7 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad S =$$

$$S = (+7/+4/+5)$$

$$h: X = \begin{pmatrix} +7 \\ +4 \\ +5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ +3 \\ -4 \end{pmatrix};$$

$$S = (+7/+4/+5)$$

2. Schritt: Der Schnittwinkel wird mit der Formel $\cos \varphi = \frac{\vec{g} \cdot \vec{h}}{|\vec{g}| \cdot |\vec{h}|}$ berechnet!

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} +7 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{h} = \begin{pmatrix} -6 \\ +3 \\ -4 \end{pmatrix};$$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{g} \cdot \vec{h}}{|\vec{g}| \cdot |\vec{h}|}$$

$$\vec{g} \cdot \vec{h} =$$

$$\cos \varphi =$$

$$|\vec{g}| = \sqrt{7^2 + (-1)^2} =$$

$$|\vec{h}| = \sqrt{(-6)^2 + 3^2 + (-4)^2} =$$

$$\varphi = \underline{144.57^\circ} \rightarrow \varphi = \underline{35.43^\circ}$$

Bestimmen Sie den Schnittpunkt und den Schnittwinkel von zwei im Raum liegenden Geraden!

$$g: X = \begin{pmatrix} +2 \\ +2 \\ +4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}; \quad h: X = \begin{pmatrix} +3 \\ +4 \\ +6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} +2 \\ +1 \\ +2 \end{pmatrix};$$