Die Ebene im Raum – parameterfreie Darstellung/Normalvektorform

Arbeitsblatt 1

Die Parameterdarstellung einer Ebene im Raum lautet: $X = A + s \cdot \vec{a} + t \cdot \vec{b}$
Die parameterfreie Darstellung (= Normalvektordarstellung) einer Ebene im Raum lautet: **$ax+by+cz = d$**

Stellen Sie die gegebene Parameterdarstellung der Ebene ε in parameterfreier Form dar!

$$\varepsilon:\ X = \begin{vmatrix} +1 \\ -4 \\ 0 \end{vmatrix} + s \cdot \begin{vmatrix} +3 \\ +2 \\ 0 \end{vmatrix} + t \cdot \begin{vmatrix} +3 \\ +11 \\ +3 \end{vmatrix}$$

1. Mit Hilfe des Vektorprodukts der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ wird der Normalvektor der Ebene ε bestimmt!

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} +3 \\ +2 \\ 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} +3 \\ +11 \\ +3 \end{vmatrix}; \quad n_x = \begin{vmatrix} +2 & & +11 \\ & X & \\ 0 & & +3 \end{vmatrix} = (+6 - 0) = +6; \quad n_y = -\begin{vmatrix} +3 & & +3 \\ & X & \\ 0 & & +3 \end{vmatrix} = \qquad = -9;$$

$$n_z = \qquad = +27;$$

2. Parameterfreie Form → Normalvektorform der Ebene ε:

$\varepsilon:\ a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z = d$

$+6 \cdot x - 9 \cdot y + 27 \cdot z = d$ → *3. Die Koordinaten des Punktes A einsetzen!*

$= d \rightarrow \underline{d = +42} \rightarrow \underline{\varepsilon:\ 6x - 9y + 27z = +42}$

Normalvektorform / parameterfreie Form

Ebenso:

$$\varepsilon:\ X = \begin{vmatrix} +4 \\ -6 \\ +2 \end{vmatrix} + s \cdot \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \\ +4 \end{vmatrix} + t \cdot \begin{vmatrix} +2 \\ +4 \\ -2 \end{vmatrix}$$

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \\ +4 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} +2 \\ +4 \\ -2 \end{vmatrix}; \quad n_x =$$

$\rightarrow \underline{\varepsilon:\ -16x + 4y - 8z = -104}$

Ebenso:

$$\varepsilon:\ X = \begin{vmatrix} -2 \\ +5 \\ +3 \end{vmatrix} + s \cdot \begin{vmatrix} +6 \\ -4 \\ -1 \end{vmatrix} + t \cdot \begin{vmatrix} +4 \\ -2 \\ -4 \end{vmatrix}$$

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} +6 \\ -4 \\ -1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} +4 \\ -2 \\ -4 \end{vmatrix}; \quad n_x =$$

$\rightarrow \underline{\varepsilon:\ 14x + 28y + 4z = +124}$

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Analytische Geometrie, Ebene, Raum, parameterfreie Darstellung, Normalvektorform