# Die Ebene im Raum – parameterfreie Darstellung/Normalvektorform

*Lösungsblatt 2*

Stellen Sie in den folgenden Beispielen die Gleichung der Ebene ε in parameterfreier Form dar!

Die Ebene ε wird durch die Punkte A (1/-4/0), B (4/-2/0) und C(4/7/3) festgelegt.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a} = \begin{vmatrix} +4-1 \\ -2-(-4) \\ 0-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +3 \\ +2 \\ 0 \end{vmatrix}; \qquad \overrightarrow{AC} = \vec{b} = \begin{vmatrix} +4-1 \\ +7-(-4) \\ +3-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +3 \\ +11 \\ +3 \end{vmatrix};$$

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} +3 \\ +2 \\ 0 \end{vmatrix} \text{ X } \begin{vmatrix} +3 \\ +11 \\ +3 \end{vmatrix}; \quad n_x = \begin{vmatrix} +2 & & +11 \\ & X & \\ 0 & & +3 \end{vmatrix} = (+6-0) = \underline{+6}; \qquad n_y = -\begin{vmatrix} +3 & & +3 \\ & X & \\ 0 & & +3 \end{vmatrix} = -(+9-0) = \underline{-9};$$

$$n_z = \begin{vmatrix} +3 & & +3 \\ & X & \\ +2 & & +11 \end{vmatrix} = (+33-6) = \underline{+27};$$

$$\varepsilon:\ a\,.\,x + b\,.\,y + c\,.\,z = d$$
$$+6\,.\,x - 9\,.\,y + 27\,.\,z = d$$
$$+6\,.\,1 - 9\,.\,(-4) + 27\,.\,0 = d \quad \rightarrow \quad \underline{d = +42} \quad \rightarrow \quad \underline{\mathbf{\varepsilon:\ 6\,x - 9\,y + 27\,z = +42}}$$

Die Ebene ε wird durch die Punkte A (4/-2/3), B (8/3/-5) und C(4/7/2) festgelegt.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a} = \begin{vmatrix} +8-4 \\ +3-(-2) \\ -5-3) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +4 \\ +5 \\ -8 \end{vmatrix}; \qquad \overrightarrow{AC} = \vec{b} = \begin{vmatrix} +4-4 \\ +7-(-2) \\ +2-3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ +9 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} +4 \\ +5 \\ -8 \end{vmatrix} \text{ X } \begin{vmatrix} 0 \\ +9 \\ -1 \end{vmatrix}; \quad n_x = \begin{vmatrix} +5 & & +9 \\ & X & \\ -8 & & -1 \end{vmatrix} = (-5+72) = \underline{+67}; \qquad n_y = -\begin{vmatrix} +4 & & 0 \\ & X & \\ -8 & & -1 \end{vmatrix} = -(-4+0) = \underline{+4};$$

$$n_z = \begin{vmatrix} +4 & & 0 \\ & X & \\ +5 & & +9 \end{vmatrix} = (36-0) = \underline{+36};$$

$$\varepsilon:\ a\,.\,x + b\,.\,y + c\,.\,z = d$$
$$+67\,.\,x + 4\,.\,y + 36\,.\,z = d$$
$$+67\,.\,4 + 4\,.\,(-2) + 36\,.\,(-8) = d \quad \rightarrow \quad \underline{d = -28} \quad \rightarrow \quad \underline{\mathbf{\varepsilon:\ +67\,x + 4\,y + 36\,z = -28}}$$

Die Ebene ε wird durch die Punkte A (8/3/-5), B (6/3/-4) und C(4/-2/0) festgelegt.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a} = \begin{vmatrix} +6-8 \\ +3-3 \\ -4-(-5) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \\ +1 \end{vmatrix}; \qquad \overrightarrow{AC} = \vec{b} = \begin{vmatrix} +4-8 \\ -2-3 \\ 0-(-5) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +4 \\ -5 \\ +5 \end{vmatrix};$$

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \\ +1 \end{vmatrix} \text{ X } \begin{vmatrix} +4 \\ -5 \\ +5 \end{vmatrix}; \quad n_x = \begin{vmatrix} 0 & & -5 \\ & X & \\ +1 & & +5 \end{vmatrix} = (0+5) = \underline{+5}; \qquad n_y = -\begin{vmatrix} -2 & & +4 \\ & X & \\ +1 & & +5 \end{vmatrix} = -(-10+4) = \underline{+6};$$

$$n_z = \begin{vmatrix} -2 & & +4 \\ & X & \\ 0 & & -5 \end{vmatrix} = (+10-0) = \underline{+10};$$

$$\varepsilon:\ a\,.\,x + b\,.\,y + c\,.\,z = d$$
$$+5\,.\,x + 6\,.\,y + 10\,.\,z = d$$
$$+5\,.\,4 + 16\,.\,(-2) + 10\,.\,3 = d \quad \rightarrow \quad \underline{d = +18} \quad \rightarrow \quad \underline{\mathbf{\varepsilon:\ +5\,x + 6\,y + 10\,z = +18}}$$