

Funktionen – Momentangeschwindigkeit und mittlere Geschwindigkeit

Lösungsblatt 1

Berechnung der Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t_0 :

$$f'(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\text{Differenz des Weges}}{\text{Differenz des Zeit}} \rightarrow \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s.(t_0 + \Delta t) - s.(t_0)}{\Delta t}$$

Berechnung der mittleren Geschwindigkeit im Intervall $[t_0; t_0 + \Delta t]$:

$$\frac{\text{Differenz des Weges}}{\text{Differenz des Zeit}} \rightarrow \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Das Zeit-Weg-Gesetz $f: s = 7 \cdot t^2$ beschreibt den Start einer Rakete. $\rightarrow s = \text{Weg}; \rightarrow t = \text{Zeit};$

a/ Welchen Weg hat die Rakete nach 4 Sekunden / 9 Sekunden zurückgelegt?

b/ Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit im Intervall [4;9]!

c/ Wie hoch ist die Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t_0 = 9$?

a/ $s(4) = 7 \cdot 4^2$ $s(9) = 7 \cdot 9^2$
 $s(4) = 7 \cdot 16$ $s(9) = 7 \cdot 81$
 $s(4) = 112 \text{ m}$ $s(9) = 567 \text{ m}$

Die Rakete hat nach 4 Sekunden 112 m und nach 9 Sekunden 567 m zurückgelegt.

b/ $\frac{\text{Differenz des Weges}}{\text{Differenz des Zeit}} \rightarrow \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \frac{567 - 112}{9 - 4} \rightarrow \frac{455}{5} = \underline{91 \text{ m/sec}} \rightarrow \underline{\text{mittlere Geschwindigkeit}}$
 (von der 4. Bis zu 9. Sekunde)

c/ $f'(9) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s.(t_0 + \Delta t) - s.(t_0)}{\Delta t} \rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{7.(9 + \Delta t)^2 - 7.(9)^2}{\Delta t} \rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 7 \cdot \frac{81 + 18\Delta t + (\Delta t)^2 - 81}{\Delta t}$
 $= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 7 \cdot \frac{18\Delta t + (\Delta t)^2}{\Delta t} = 7 \cdot (18 + \Delta t) = 7 \cdot (18 + 0) =$
 $= \underline{126 \text{ m/sec.}} \rightarrow \underline{\text{Momentangeschwindigkeit}}$

a/ Berechnen Sie die Momentangeschwindigkeit V_{t_0} einer Rakete zum Zeitpunkt $t_0 = 5$ bei einem Zeit-Weg-Gesetz $s = 8t^2 + 12$!

b/ Berechnen Sie auch die mittlere Geschwindigkeit dieser Rakete im Intervall [3;8] !

a/ $s = 8 \cdot t^2 + 12 \rightarrow V(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s.(t_0 + \Delta t) - s.(t_0)}{\Delta t} \rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{8.(5 + \Delta t)^2 + 12 - [8.(5)^2 + 12]}{\Delta t}$
 $= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 8 \cdot \frac{25 + 10\Delta t + (\Delta t)^2 + 12 - 25 - 12}{\Delta t} \rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 8 \cdot \frac{10\Delta t + (\Delta t)^2}{\Delta t}$
 $= 8 \cdot (10 + \Delta t) = 8 \cdot (10 + 0) = 80 \text{ m/sec}$
 $= \underline{80 \text{ m/sec.}} \rightarrow \underline{\text{Momentangeschwindigkeit}}$

b/ $\frac{\text{Differenz des Weges}}{\text{Differenz des Zeit}} \rightarrow \frac{\Delta s}{\Delta t}$; $s(3) = 8 \cdot 3^2 + 12$ $s(8) = 8 \cdot 8^2 + 12$
 $s(3) = 8 \cdot 9 + 12 = \underline{84 \text{ m}}$ $s(8) = 8 \cdot 64 + 12 = \underline{524 \text{ m}}$
 $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{524 - 84}{8 - 3} = \frac{440}{5} = \underline{88 \text{ m/sec}}$

Die mittlere Geschwindigkeit im Intervall [3;8] beträgt 88m/sec.