

Funktionen – Momentangeschwindigkeit und mittlere Geschwindigkeit

Lösungsblatt 2

Das Zeit-Weg-Gesetz für den freien Fall lautet $f: s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \cdot \sin \alpha$; $\rightarrow g_{\text{Erde}} = \frac{9,81 \text{ m}}{\text{s}^2}$

Mit welcher Geschwindigkeit kommt eine Kugel am Ende einer 4 m(400 cm) langen Fallrinne an, wenn ein Höhenunterschied von 40 cm gegeben ist?

f: $s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \cdot \sin \alpha$ *Zuerst müssen 'sin α' und 't' berechnet werden!* $\sin \alpha = \frac{40}{400} = 0,1$

$$4 = \frac{9,81}{2} \cdot t^2 \cdot 0,1$$

$$t^2 = \frac{4 \cdot 2}{9,81 \cdot 0,1}; \quad t^2 = 8,1549\dots; \quad t = \underline{2,85 \text{ sec.}} \quad \dots \text{ die Kugel benötigt 2,85 Sekunden}$$

Berechnung der Momentangeschwindigkeit!

$$\begin{aligned} f'(t_0) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t} \rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\frac{9,81}{2} \cdot (2,85 + \Delta t)^2 \cdot \sin \alpha - \frac{9,81}{2} \cdot (2,85)^2 \cdot \sin \alpha}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{9,81}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{(2,85)^2 + 5,7 \cdot \Delta t + (\Delta t)^2 - (2,85)^2}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{9,81}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{+5,7 \cdot \Delta t + (\Delta t)^2}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{9,81}{2} \cdot \sin \alpha \cdot (+5,7 + \Delta t) \\ &= \frac{9,81}{2} \cdot 0,1 \cdot (+5,7 + 0) = \underline{2,79 \text{ m/sec}} \quad \approx \underline{2,8 \text{ m/sec.}} \rightarrow \text{Momentangeschwindigkeit} \end{aligned}$$

Ein schlecht gesicherter PKW rollt auf einer 12° geneigten und 12 m langen Hauseinfahrt ungebremst gegen eine Mauer. Ab 24 km/h Momentangeschwindigkeit müssen die Insassen mit Verletzungen rechnen!

f: $s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \cdot \sin \alpha$ *Zuerst müssen 'sin α' und 't' berechnet werden!* $\sin 12^\circ = 0,2$

$$12 = \frac{9,81}{2} \cdot t^2 \cdot 0,2$$

$$t^2 = \frac{12 \cdot 2}{9,81 \cdot 0,2}; \quad t^2 = 12,2324\dots; \quad t = \underline{3,49 \text{ sec.}} \quad \dots \text{ die PKW benötigt 3,49 Sekunden}$$

Berechnung der Momentangeschwindigkeit!

$$\begin{aligned} f'(t_0) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t} \rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\frac{9,81}{2} \cdot (3,49 + \Delta t)^2 \cdot \sin \alpha - \frac{9,81}{2} \cdot (3,49)^2 \cdot \sin \alpha}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{9,81}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{(3,49)^2 + 6,98 \cdot \Delta t + (\Delta t)^2 - (3,49)^2}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{9,81}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{+6,98 \cdot \Delta t + (\Delta t)^2}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{9,81}{2} \cdot \sin \alpha \cdot (+6,98 + \Delta t) \\ &= \frac{9,81}{2} \cdot 0,2 \cdot (+6,98 + 0) = \underline{6,84 \text{ m/sec}} \quad \approx \underline{6,84 \text{ m/sec.}} \rightarrow \text{Momentangeschwindigkeit} \end{aligned}$$

$$\approx 410,4 \text{ m/min} \approx 24,62 \text{ km/h} \text{ Aufprallgeschwindigkeit!}$$

Die Insassen des PKW müssen mit leichten Verletzungen rechnen!