

Exponentialgleichungen – Wachstum und Abnahme

Lösungsblatt 2

Nach wie vielen Jahren verdoppelt sich ein Kapital von 40.000,00 € bei einem Jahreszinssatz von 6 %?

$$\rightarrow K_n = 80.000 \text{ €}; \quad \rightarrow K_0 = 40.000 \text{ €}; \quad \rightarrow 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{6}{100} = 1,06;$$

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$$80000 = 40000 \cdot 1,06^n \quad | : 40000$$

$$1,06^n = 2$$

$$n \cdot \log 1,06 = \log 2$$

$$n = \frac{\log 2}{\log 1,06}$$

$$n = 11,89 \sim 12 \text{ Jahre}$$

Das Kapital verdoppelt sich nach rund 12 Jahren.

Der Luftdruck nimmt mit zunehmender Höhe exponentiell ab. Auf Meereshöhe beträgt er ca. 1000 mbar, in 5500 m Seehöhe ca. 500 mbar.

a) Geben Sie für die Berechnung des Luftdrucks – in Abhängigkeit von der Höhe – eine Formel an.

b) Berechnen Sie mit dieser Formel den Luftdruck auf dem Großglockner (3797 m)!

c) Die Seehöhe kann mit der Formel $h = -7940 \cdot \ln\left(\frac{p}{p(0)}\right)$ berechnet werden.

Wenn der Luftdruck nur noch 40 % beträgt, kann der menschliche Körper nicht mehr ausreichend mit Sauerstoff versorgt werden. Berechnen Sie diese Höhe!

$$a) \quad p_{(h)} = p_{(0)} \cdot e^{-\lambda \cdot h}$$

$$500 = 1000 \cdot e^{-\lambda \cdot 5500}$$

$$e^{-\lambda \cdot 5500} = \frac{500}{1000}$$

$$e^{-\lambda \cdot 5500} = 0,5$$

$$-\lambda \cdot 5500 \cdot \ln e = \ln 0,5 \quad | : (-5500) \quad !! \underline{\ln e = 1} !!$$

$$\lambda = \frac{\ln 0,5}{-5500}; \quad \underline{\lambda = 0,000126}$$

$$b) \quad p_{(h)} = p_{(0)} \cdot e^{-\lambda \cdot h}$$

$$p_{(3797)} = 1000 \cdot e^{-0,000126 \cdot 3797}$$

$$p_{(3797)} = 619,76 \text{ mbar} \sim 620 \text{ mbar}$$

Der Luftdruck auf dem Großglockner

beträgt rund 620 mbar. (Millibar)

Die Formel für die Berechnung des Luftdrucks lautet: $p_{(h)} = p_{(0)} \cdot e^{-0,000126 \cdot h}$

$$c) \quad h = -7940 \cdot \ln\left(\frac{p}{p(0)}\right) \rightarrow 40 \% \text{ von } 1000 \text{ mbar} = 400 \text{ mbar}$$

$$h = -7940 \cdot \ln\left(\frac{400}{1000}\right) \rightarrow h = -7940 \cdot \ln 0,4; \quad \rightarrow \underline{h = 7275 \text{ m}}$$