Abstandsberechnung – Abstand eines Punktes zu einer Ebene

Arbeitsblatt 1

Der Abstand eines Punktes **P** zu einer Ebene \mathcal{E} wird mit der Distanzformel $\mathbf{d} = |\mathbf{AP} \cdot \vec{\mathbf{n}}_0|$ berechnet. Erklärung:

A ist ein beliebig angenommener Punkt, der in der Ebene & liegt und die Gleichung der Ebene erfüllt. P ist der gegebene Punkt. \vec{n}_0 ist der Einheitsvektor des Normalvektors der Ebene.

Berechnen Sie in den folgenden Beispielen den Abstand des Punktes P zur Ebene &!

$$\underbrace{\epsilon : 2 \times -4 \text{ y} + 4 \text{ z} = + 12;}_{A (+2/-1/+1)} P(+3/-8/+12);$$

$$\Rightarrow A(+2/-1/+1)$$

$$\epsilon : 2 \times -4 \text{ y} + 4 \text{ z} = + 12;$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 2 - 4 \cdot (-1) + 4 \cdot 1 = + 12; \Rightarrow + 12 = + 12$$

$$\overrightarrow{AP} = \begin{vmatrix} +3 - 2 \\ -8 - (-1) \\ +12 - 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +1 \\ -7 \\ +11 \end{vmatrix};$$

$$\begin{array}{lll} \vec{n}_0 \; = \; \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} \; ; & \longrightarrow & \vec{n} \; = \; \begin{vmatrix} +2 \\ -4 \\ +4 \end{vmatrix} \; ; \\ & \longrightarrow & |\vec{n}| \; = \; \sqrt{4+16+16} = \sqrt{36} = 6; \end{array}$$

$$\begin{split} d(P,\epsilon) &= |\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{n}_0| \\ d(P,\epsilon) &= \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} +1\\ -7\\ +11 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} +2\\ -4\\ +4 \end{vmatrix} : 6 \end{vmatrix} \\ d &= (+\ 2\ +\ 28\ +\ 44)\ :\ 6\ = \frac{74}{6}\ =\ \textbf{12}\ \frac{\textbf{1}}{\textbf{3}} \quad \textbf{LE}; \\ (\textit{Längeneinheiten}) \end{split}$$

$$\varepsilon: 2 \times -3 \times +6 \times = +8;$$
 $P(-3/+2/-6);$ \rightarrow $A(+4/+2/+1)$ beliebig angenommener Punkt

= 8 LE; (Längeneinheiten)

$$\underline{\epsilon}: 3 \times -4 \times +12 \times z = +34;$$
 $P(+3/+4/+6);$ \rightarrow $A(+2/+2/+3)$ beliebig angenommener Punkt

LE;

(Längeneinheiten)