Abstandsberechnung – Abstand eines Punktes zu einer Ebene

Lösungsblatt 1

*Der Abstand eines Punktes **P** zu einer Ebene **ε** wird mit der Distanzformel* $\mathbf{d = |\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n}_0|}$ *berechnet.*

Erklärung:

*A ist ein beliebig angenommener Punkt, der in der Ebene **ε** liegt und die Gleichung der Ebene erfüllt.*

P ist der gegebene Punkt. $\vec{n}_0$ *ist der Einheitsvektor des Normalvektors der Ebene.*

Berechnen Sie in den folgenden Beispielen den Abstand des Punktes P zur Ebene Ɛ!

ε : 2 x – 4 y + 4 z = + 12; P(+3/– 8/+12);

→ A(**+2/–1/+1**)

ε : 2 x – 4 y + 4 z = + 12;

→ 2 . **2** – 4 . (**–1**) + 4 . **1** = + 12; → + 12 = + 12

$$\overrightarrow{AP} = \begin{vmatrix} +3-2 \\ -8-(-1) \\ +12-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +1 \\ -7 \\ +11 \end{vmatrix};$$

$$\vec{n}_0 = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}; \quad \rightarrow \quad \vec{n} = \begin{vmatrix} +2 \\ -4 \\ +4 \end{vmatrix};$$

$$\rightarrow |\vec{n}| = \sqrt{4+16+16} = \sqrt{36} = 6;$$

$$d(P,\varepsilon) = |\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n}_0|$$

$$d(P,\varepsilon) = \left| \begin{vmatrix} +1 \\ -7 \\ +11 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} +2 \\ -4 \\ +4 \end{vmatrix} : 6 \right|$$

$$d = (+2 + 28 + 44) : 6 = \frac{74}{6} = \mathbf{12\frac{1}{3}} \ \mathbf{LE};$$

(Längeneinheiten)

ε : 2 x – 3 y + 6 z = + 8; P(– 3/+ 2/– 6);

→ A(**+4/+2/+1**)

ε : 2 x – 3 y + 6 z = + 8;

→ 2 . **4** – 3 . **2** + 6 . **1** = + 8; → + 8 = + 8

$$\overrightarrow{AP} = \begin{vmatrix} -3-4 \\ +2-2 \\ -6-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -7 \\ 0 \\ -7 \end{vmatrix};$$

$$\vec{n}_0 = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}; \quad \rightarrow \quad \vec{n} = \begin{vmatrix} +2 \\ -3 \\ +6 \end{vmatrix};$$

$$\rightarrow |\vec{n}| = \sqrt{4+9+36} = \sqrt{49} = 7;$$

$$d(P,\varepsilon) = |\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n}_0|$$

$$d(P,\varepsilon) = \left| \begin{vmatrix} -7 \\ 0 \\ -7 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} +2 \\ -3 \\ +6 \end{vmatrix} : 7 \right|$$

$$d = |(-14 + 0 - 42) : 7| = \frac{56}{7} = \mathbf{8\ LE};$$ *(Längeneinheiten)*

ε : 3 x – 4 y + 12 z = + 34; P(+ 3/+ 4/+ 6);

→ A(**+2/+2/+3**)

ε : 3 x – 4 y + 12 z = + 34;

→ 3 . **2** – 4 . **2** + 12 . **3** = + 34; → + 34 = + 34

$$\overrightarrow{AP} = \begin{vmatrix} +3-2 \\ +4-2 \\ +6-3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +1 \\ +2 \\ +3 \end{vmatrix};$$

$$\vec{n}_0 = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}; \quad \rightarrow \quad \vec{n} = \begin{vmatrix} +3 \\ -4 \\ +12 \end{vmatrix};$$

$$\rightarrow |\vec{n}| = \sqrt{9+16+144} = \sqrt{169} = 13;$$

$$d(P,\varepsilon) = |\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n}_0|$$

$$d(P,\varepsilon) = \left| \begin{vmatrix} +1 \\ +2 \\ +3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} +3 \\ -4 \\ +12 \end{vmatrix} : 13 \right|$$

$$d = |(+3 - 8 + 36) : 13| = \frac{31}{13} = \mathbf{2\frac{5}{13}} \ \mathbf{LE};$$

(Längeneinheiten)

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Analytische Geometrie, Abstandsberechnung, Punkt, Ebene, Distanzformel