Exponentialgleichungen – Wachstum und Abnahme

Lösungsblatt 3

Das Isotop ^{14}C zerfällt mit einer Halbwertzeit von 5730 Jahren. a) Erstellen Sie eine Formel!

a) $\frac{C}{2} = C \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ *Hinweis!* $\pm \lambda$ *ist der Wachstumsfaktor (+)/Zerfallsfaktor (–) und muss aus den Angaben berechnet werden!*

$\frac{C}{2} = C \cdot e^{-\lambda \cdot 5730} \quad | : C$

$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 5730}$

$e^{-\lambda \cdot 5730} = 0{,}5$

$-\lambda \cdot 5730 \cdot \ln e = \ln 0{,}5 \quad | -5730$!! $\underline{\ln e = 1}$!!

$-\lambda = \frac{\ln 0{,}5}{-5730} \rightarrow \underline{\lambda = 0{,}000121}$ Die Formel lautet: $C_{(t)} = C_{(0)} \cdot e^{-0{,}000121 \cdot t}$

Mithilfe der ^{14}C – Methode ist die Bestimmung des Alters von Fossilien möglich.
b) Wie alt ist ein Fossil, wenn der gemessene ^{14}C – Anteil 1,8 % des ursprünglichen Anteils beträgt?

b) $C_{(1,8)} = C_{(100)} \cdot e^{-0{,}000121 \cdot t}$

$1{,}8 = 100 \cdot e^{-0{,}000121 \cdot t} \quad | : 100$

$e^{-0{,}000121 \cdot t} = \frac{1{,}8}{100}$

$-0{,}000121 \cdot t \cdot \ln e = \ln 0{,}018 \quad | : -0{,}000121$!! $\underline{\ln e = 1}$!!

$t = \frac{\ln 0{,}018}{-0{,}000121}$; $\rightarrow \underline{t = 33201{,}51 \text{ Jahre}}$

Angaben des Deutschen Instituts für Wirtschaftsforschung über Rohstoffvorrat 2004 :

	Rohstoffvorrat in Mill. t	jährlicher Verbrauch in Mill. t	jährliche Wachstumsrate in %
Aluminium	1200	25,22	4,7 %
Kupfer	320	15,22	3%

a) Wie lautet die Exponentialfunktion für die jährliche Zunahme der Menge a_o ?
b) Wie viele Jahre reichen die Rohstoffe, wenn der Verbrauch nicht wächst?
c) Berechnen Sie die Zeit, innerhalb der sich der jährliche Verbrauch (= V_o) verdoppelt = V_t!

a) $a_n = a_o \cdot (1 + \frac{p}{100})^n \rightarrow$ Al: $a_n = a_o \cdot (1 + \frac{4{,}7}{100})^n \rightarrow$ Al: $a_n = a_o \cdot 1{,}047^n$

$\rightarrow$ Cu: $a_n = a_o \cdot (1 + \frac{3}{100})^n \rightarrow$ Cu: $a_n = a_o \cdot 1{,}03^n$

b) Al: 1200 : 25,22 = 47,58 Jahre ~ 48 Jahre || Cu: 320 : 15,22 = 21,02 Jahre ~ 21 Jahre

c) Al:

$V_t = Vo \cdot 1{,}047^t$

$50{,}44 = 25{,}22 \cdot 1{,}047^t \quad | : 25{,}22$

$1{,}047^t = 2$

$t \cdot \log 1{,}047 = \log 2 \quad | : \log 1{,}047$

$t = \log 2 : \log 1{,}047;$

$\underline{t = \text{nach } 15{,}09 \text{ Jahren}}$

|| Cu:

$V_t = Vo \cdot 1{,}03^t$

$30{,}44 = 15{,}22 \cdot 1{,}03^t \quad | : 15{,}22$

$1{,}03^t = 2$

$t \cdot \log 1{,}03 = \log 2 \quad | : \log 1{,}03$

$t = \log 2 : \log 1{,}03;$

$\underline{t = \text{nach } 23{,}44 \text{ Jahren}}$

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Gleichungen, Exponentialgleichungen, exponentielles Wachstum, exponentielle Abnahme