

Abstandsberechnung – Abstand zwischen zwei Ebenen

Arbeitsblatt 1

Der Abstand zwischen den Ebenen ϵ_1 und ϵ_2 wird mit der Distanzformel $d(\epsilon_1, \epsilon_2) = |\overrightarrow{AP} \cdot (\vec{n}_2)_0|$ berechnet.

Erklärung:

P ist ein beliebiger Punkt von ϵ_1 und A ist ein beliebiger Punkt von ϵ_2 . Die Punkte müssen die Gleichungen der Ebenen erfüllen. $(\vec{n}_2)_0$ ist der Einheitsvektor des Normalvektors der Ebene 2.

Berechnen Sie in den folgenden Beispielen den Abstand der beiden Ebenen, die zueinander parallel liegen!

$$\begin{aligned} \epsilon_1: +2x - y + 2z &= +6; & P(+3/+6/+3); \\ \epsilon_2: -4x + 2y - 4z &= +10; & A(-4/+1/+2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_1: +2 \cdot 3 - 6 + 2 \cdot 3 &= +6; & \rightarrow +6 = +6 \\ \epsilon_2: -4 \cdot (-4) + 2 \cdot 1 - 4 \cdot 2 &= +10; & \rightarrow +10 = +10 \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{AP} = \begin{vmatrix} +3 - (-4) \\ +6 - 1 \\ +3 - 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +7 \\ +5 \\ +1 \end{vmatrix};$$

$$\begin{aligned} (\vec{n}_2)_2 &= \frac{(\vec{n})_2}{|\vec{n}_2|}; \rightarrow (\vec{n})_2 = \begin{vmatrix} -4 \\ +2 \\ -4 \end{vmatrix}; \\ &\rightarrow |\vec{n}_2| = \sqrt{16 + 4 + 16} = \sqrt{36} = 6; \\ d(\epsilon_1, \epsilon_2) &= |\overrightarrow{AP} \cdot (\vec{n}_2)_2| \\ d(\epsilon_1, \epsilon_2) &= \left| \begin{vmatrix} +7 \\ +5 \\ +1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -4 \\ +2 \\ -4 \end{vmatrix} : 6 \right| \\ d &= |(-28 + 10 - 4) : 6| = \frac{22}{6} = 3\frac{2}{3} \text{ LE}; \\ &(\text{Längeneinheiten}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_1: +2x - 2y + z &= +1; & P(+3/+3/+1); \\ \epsilon_2: +2x - 2y + z &= +28; & A(+6/-6/+4) \end{aligned}$$

$$= 9 \text{ LE}; (\text{Längeneinheiten})$$

$$\begin{aligned} \epsilon_1: +2x - y + 2z &= +6; & P(+3/+6/+3); \\ \epsilon_2: -4x + 2y - 4z &= +9; & A(0/+4,5/0) \end{aligned}$$

$$= 3\frac{1}{2} \text{ LE}; (\text{Längeneinheiten})$$