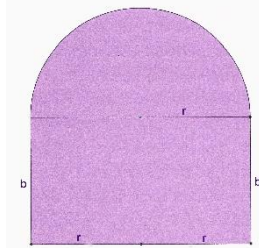


# Funktionen – Extremwertaufgaben

Damit in einen Ausstellungsraum mehr Tageslicht fällt, soll an einer Außenwand ein Fenster mit einem Umfang von 60 m und mit größtmöglichen Flächeninhalt eingebaut werden. → **Siehe Skizze!**  
Berechnen Sie die Größen  $r$  und  $b$  und den Flächeninhalt des Fensters!



1. Hauptbedingung:  $A = 2 \cdot r \cdot b + \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \pi \rightarrow A$  soll möglichst groß sein!

2. Nebenbedingung: aus der Ähnlichkeit von Dreiecken:

$$U = 2 \cdot r + 2 \cdot b + r \cdot \pi \rightarrow 2 \cdot b = U - 2 \cdot r - r \cdot \pi$$

$$\rightarrow b = \frac{60 - 2 \cdot r - r \cdot \pi}{2}$$

3. Erstellung einer Zielfunktion  $f(r)$  aus der Haupt- und Nebenbedingung:

$$A = 2 \cdot r \cdot b + \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$A = 2 \cdot r \cdot \frac{60 - 2 \cdot r - r \cdot \pi}{2} + \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$A = 60r - r^2 \cdot (2 + 0,5 \cdot \pi)$$

$$f(r) = 60r - r^2 \cdot (2 + 0,5 \cdot \pi)$$

$$\text{Extremstelle} \rightarrow f'(r) = 0$$

$$f''(r) =$$

$$b = \frac{60 - 2 \cdot r - r \cdot \pi}{2}$$

$$b \approx 8,4 \text{ m}$$

$$A = 2 \cdot r \cdot b + \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \pi$$

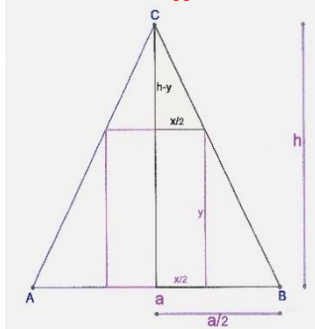
$$A \approx 252 \text{ m}^2$$

$$r \approx 8,4 \text{ m}$$

Die Fläche des Fensters ist rund  $252 \text{ m}^2$  groß,  $r$  und  $b$  sind je rund  $8,4 \text{ m}$  lang.

Ein Rechteck hat die Abmessungen  $x = 4 \text{ m}$ ,  $y = 6 \text{ m}$ . Diesem Rechteck soll das flächenkleinste gleichschenkelige Dreieck umschrieben werden. (Eine Reckeckseite liegt in der Basis  $a$  der Dreiecks!)  
Zu berechnen sind: die Seiten, die Höhe und der Flächeninhalt des gleichschenkeligen Dreiecks!

→ **Siehe Skizze!**



1. Hauptbedingung:  $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h \rightarrow A$  soll möglichst klein sein!

2. Nebenbedingung: aus der Ähnlichkeit von Dreiecken:

$$h : \frac{a}{2} = h - y : \frac{x}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \cdot (h - y) = h \cdot \frac{x}{2} \rightarrow a \cdot (h - y) = h \cdot x$$

$$\rightarrow a = \frac{h \cdot x}{h - y} \rightarrow a = \frac{h \cdot 4}{h - 6}$$

3. Erstellung einer Zielfunktion  $f(h)$  aus der Haupt- und Nebenbedingung:

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h \rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot \frac{h \cdot 4}{h - 6} \cdot h \rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot h^2}{h - 6} \rightarrow A = \frac{h^2}{h - 6}$$

$$f(h) = \frac{h^2}{h - 6}$$

$$f'(h) =$$

$$\text{Extremstelle} \rightarrow f'(h) = 0$$

$$\frac{2 \cdot h^2 - 12 \cdot h - h^2}{(h - 6)^2} = 0 \quad | \cdot (h - 6)^2$$

$$a = \frac{h \cdot 4}{h - 6}$$

$$a =$$

$$b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$$

$$b^2 =$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$A =$$

$$b \approx 12,65 \text{ m}$$

$$A = 48 \text{ m}^2$$

$$h_2 = 12 \text{ m}$$

$$a = 8 \text{ m}$$

Das Dreieck hat eine Fläche von  $48 \text{ m}^2$ , die Seite sind  $8 \text{ m}$  und  $12,65 \text{ m}$  lang, die Höhe ist  $12 \text{ m}$  lang.