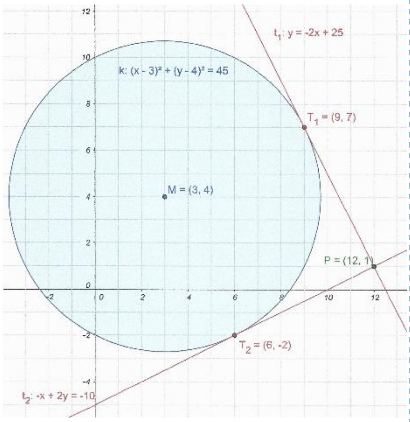
Gleichungen – Die Gleichung des Kreises

Lösungsblatt 4

Tangenten von einem Punkt an einen Kreis

*Vom Punkt **P(12/1)** sollen Tangenten an den Kreis **k: $x^2 - 6x + y^2 - 8y = 20$** gelegt werden.*

Wie lauten die Gleichungen der Tangenten?



t_1: $y = -2x + 25$

k: $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 45$

Durch Einsetzen des y-Wertes, können die Koordinaten für T1 und T2 ermittelt werden!

$(x-3)^2 + (-2x+25-4)^2 = 45$

Gleichung der Tangenten: **$t_{1,2} = k \cdot x + d$**

1. Schritt: Ermittlung des Radius und der Koordinaten M!

k: $x^2 - 6x + \_\_ + y^2 - 8y + \_\_ = 20$ → *auf ein vollständiges Quadrat ergänzen!*

$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 20 + 9 + 16$

k: $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 45$; → $M(+3/+4)$; $r^2 = 45$

2. Schritt: die ermittelten Werte in die Berührungbedingung einsetzen!

BB.: $r^2 \cdot (k^2 + 1) = (k \cdot x_M - y_M + d)^2$ || t_P: $y = kx + d$

$45 \cdot (k^2 + 1) = (k \cdot 3 - 4 + d)^2$ || $1 = 12 \cdot k + d$; $d = 1 - 12k$

3. Schritt: aus beiden Gleichungssystemen kann k ermittelt werden!

$45 \cdot (k^2 + 1) = (3k - 4 + 1 - 12k)^2$

$45k^2 + 45 = (-3 - 9k)^2$

$45k^2 + 45 = 9 + 54k + 81k^2$

$36k^2 + 54k - 36 = 0 \quad |:6$

$6k^2 + 9k - 6 = 0$; → $k_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{(b)^2 - 4.a.c)}}{2.a}$ →

$k_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{(9)^2 + 4.6.6}}{2.6}$ → $k_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{225}}{12}$ → $k_{1,2} = \frac{-9 \pm 15}{12}$

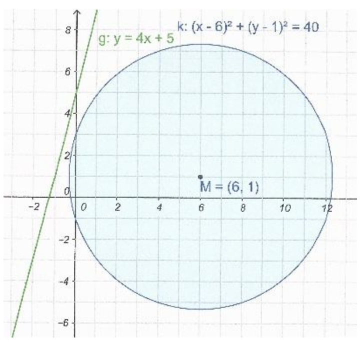
$k_1 = -2$; $d = 1 - 12k$ → $d_1 = 1 - 12 \cdot (-2)$ → $d_1 = +25$

$k_2 = +\frac{1}{2}$; $d = 1 - 12k$ → $d_2 = 1 - 12 \cdot (+\frac{1}{2})$ → $d_2 = -5$

t_1: $y = kx + d$ **t_1: $y = -2x + 25$**

t_2: $y = kx + d$ **t_2: $y = +\frac{1}{2}x - 5$**

*Ist die Gerade **g: $y = 4x + 5$** zum Kreis **k: $(x-6)^2 + (y-1)^2 = 40$** eine Sekante, Tangente oder Passante?*



k: $(x-6)^2 + (y-1)^2 = 40$ → $k \cap g$ → g: $y = 4x + 5$

$(x-6)^2 + (4x + 5 - 1)^2 = 40$

$x^2 - 12x + 36 + 16x^2 + 32x + 16 = 0$

$17x^2 + 20x + 52 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-20 \pm \sqrt{(20)^2 - 4.17.52}}{2.17}$ → $x_{1,2} = \frac{-20 \pm \sqrt{-3136}}{34}$ → $x_{1,2} = \{ \}$;

*$x_{1,2}$ ergeben keine Lösung! Es gibt keine Schnitt- und Berührungspunkte, daher ist die Gerade **g eine Passante zum Kreis k**.*