

Funktionen – Integralrechnen – Integrieren

Informationsblatt 1 von 2

Die Integralrechnung (→ das Integrieren) ist die Umkehrung der Differentialrechnung (→ des Differenzierens).

Beim Integrieren geht es darum, die Stammfunktion $F(x)$ einer gegebenen Funktion $f(x)$ zu berechnen.

Differenzieren: $f(x): y = x^2 + 3 \rightarrow$ 1. Ableitung: $\rightarrow f'(x): y' = 2x$

Integrieren: $\int 2x \cdot dx = \frac{2x^2}{2} + c = x^2 + c$

Beim Integrieren müssen folgende Regeln beachtet werden:

*** POTENZREGEL:**

$$\int x^n \cdot dx = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + c \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \quad \int x^2 \cdot dx = \frac{1}{2+1} \cdot x^{2+1} + c = \frac{1}{3} \cdot x^3 + c$$

*** SUMMEN – und DIFFERENZENREGEL:**

$$\begin{aligned} \int [f(x) \pm g(x)] \cdot dx &= \int f(x) \cdot dx \pm \int g(x) \cdot dx \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \quad \int (6x^2 \pm 5x^4) \cdot dx = \\ &= \int 6x^2 \cdot dx \pm \int 5x^4 \cdot dx = \\ &= \frac{6}{2+1} \cdot x^{2+1} \pm \frac{5}{4+1} \cdot x^{4+1} + c \\ &= \frac{6}{3} \cdot x^3 \pm \frac{5}{5} \cdot x^5 + c = 2x^3 \pm x^5 + c \end{aligned}$$

*** FAKTORENREGEL:**

$$\begin{aligned} \int c \cdot f(x) \cdot dx &= c \cdot \int f(x) \cdot dx \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \quad \int 3 \cdot x^2 \cdot dx = 3 \cdot \int x^2 \cdot dx = \\ &= 3 \cdot \frac{1}{2+1} \cdot x^{2+1} + c = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot x^3 + c = x^3 + c \end{aligned}$$

*** SUBSTITUTIONSREGEL:**

$$\int (3x + 2)^3 \cdot dx =$$

$$z = 3x + 2$$

$$\begin{aligned} z' = \frac{dz}{dx} = 3 &\quad \rightarrow \quad \frac{dz}{dx} = 3 \\ &\quad \rightarrow \quad dz = 3 \cdot dx \\ &\quad \rightarrow \quad dx = \frac{1}{3} \cdot dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int (3x + 2)^3 \cdot dx &= \int z^3 \cdot \frac{1}{3} \cdot dz = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \int z^3 \cdot dz = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot z^4 + c = \frac{1}{12} \cdot z^4 + c \end{aligned}$$

$$\int (3x + 2)^3 \cdot dx = \frac{1}{12} \cdot (3x + 2)^4 + c$$

Hier könnte man zuerst $(3x + 2)^3$ berechnen und anschließend integrieren. Die Substitutionsmethode ist kürzer und einfacher. Setzen Sie für $(3x + 2)$ "z". "z" ist eine Funktion von x.

Ableitung der Ersatzfunktion "z" nach der Variablen x. → Man erhält einen Zusammenhang zwischen den Differenzialen "dz" und "dx".

In das gegebene Integral einsetzen!
Man erhält eine einfache Grundintegrale in der Variablen z.

Integrieren!

Die Substitution rückführen!