

Gleichungen – Die Gleichung der Hyperbel

Lösungsblatt 2

Von einer Hyperbel in 1. Hauptlage [M(0/0)] kennt man die Punkte R(+4/+6) und S(+2/0).
Ermitteln Sie die Gleichung der Hyperbel und die Koordinaten der Scheitelpunkte und Brennpunkte!

Gleichung der Hyperbel in 1. Hauptlage: hyp: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

I: $\frac{4^2}{a^2} - \frac{6^2}{b^2} = 1$ R(+4/+6)	$\frac{4^2}{a^2} - \frac{6^2}{b^2} = 1$	A(- 2/ 0) B(+ 2/ 0) C(0 / + 2.√3) D(0 / - 2.√3) F₁(- 4 / 0) F₂(+ 4 / 0)
II: $\frac{2^2}{a^2} - \frac{0^2}{b^2} = 1$ S(+2/0)	$\frac{16}{a^2} - \frac{36}{b^2} = 1$	
I: $\frac{16}{a^2} - \frac{36}{b^2} = 1$	$\frac{16}{a^2} - 3 = 1 \rightarrow 4a^2 = + 180$	<u>hyp:</u> $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ $12 \cdot x^2 - 4 \cdot y^2 = 48;$
II: $\frac{4}{a^2} - \frac{0}{b^2} = 1 \quad \cdot (-4)$	$4a^2 = + 16 \rightarrow a = \pm 2$	
	<u>a² = + 4</u> <u>b² = + 12</u>	
I: $\frac{16}{a^2} - \frac{36}{b^2} = +1$	$e^2 = a^2 + b^2$	<u>hyp:</u> $3 \cdot x^2 - y^2 = 12;$
II: $-\frac{16}{a^2} + \frac{0}{b^2} = -4$	$e^2 = 4 + 12$	
	$e^2 = 16;$ <u>e = ± 4</u>	
	$-\frac{36}{b^2} = -3$	
	$3b^2 = + 36$	
	$b^2 = + 12; \rightarrow b = \pm 2 \cdot \sqrt{3}$	

Von einer Hyperbel hyp: $16 \cdot x^2 - 25 \cdot y^2 = 400$ sollen die Längen der Hauptachse AB und der Nebenachse CD sowie die Koordinaten der Scheitelpunkte A,B,C,D und der Brennpunkte F₁ und F₂ berechnet werden.

<u>hyp:</u> $16 \cdot x^2 - 25 \cdot y^2 = 400$	<u>a² = + 25;</u> $\rightarrow a = \pm 5;$	$e^2 = a^2 + b^2$
$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$	<u>b² = + 16;</u> $\rightarrow b = \pm 4;$	$e^2 = 25 + 16; e^2 = 41; e = \pm \sqrt{41}$
Länge der Hauptachse AB = 2 · a = 10	A(- 5/0); B(+ 5/0);	
Länge der Nebenachse CD = 2 · b = 8	C(0/+4); D(0/+4);	
Koordinaten der Brennpunkte: F₁(-√41 / 0); F₂(+√41 / 0);		

Von einer Hyperbel kennt man F₁(-6/0), F₂(+6/0) und den Punkt X(+6/+5) auf der Hyperbel.
Ermitteln Sie die Gleichung der Hyperbel und die Koordinaten der Scheitelpunkte.

Definition der Hyperbel: $|F_1X| - |F_2X| = 2 \cdot a$

$ F_1X = \left \begin{matrix} xF_1 - xX \\ yF_1 - yX \end{matrix} \right = \left \begin{matrix} -6 - 6 \\ 0 - 5 \end{matrix} \right = \left \begin{matrix} -12 \\ -5 \end{matrix} \right ; \overline{ F_1X } = \sqrt{144 + 25} = 13 $	$b^2 = e^2 - a^2$	<u>hyp:</u> $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
$ F_2X = \left \begin{matrix} xF_2 - xX \\ yF_2 - yX \end{matrix} \right = \left \begin{matrix} +6 - 6 \\ 0 - 5 \end{matrix} \right = \left \begin{matrix} 0 \\ -5 \end{matrix} \right ; \overline{ F_2X } = \sqrt{25} = 5 $	$b^2 = 6^2 - 4^2$	
$2a = 13 - 5 = 8; a = 4; e = F_1M \quad e = 6;$	$b^2 = 36 - 16$	<u>hyp:</u> $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$
	$b = \sqrt{20}$	
	<u>b = ± 2.√5</u>	<u>hyp:</u> $20x^2 - 16y^2 = 320$
Koordinaten der Scheitelpunkte:		
A(- 4 / 0); B(+ 4 / 0); C(0 / + 2.√5); D(0 / - 2.√5);		