Funktionen – Anwendung der Integralrechnen – Flächeninhalt von f(x)

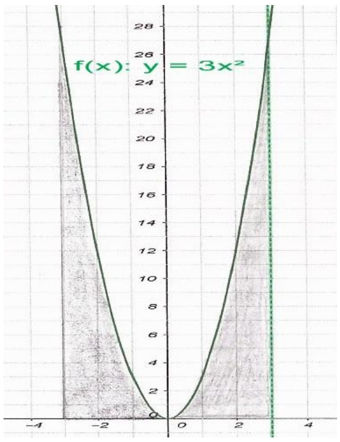
Lösungsblatt 1

*Um die Fläche zu berechnen, die *) vom Graphen einer Funktion y = f(x),*
**) von den Ordinaten x = a und x = b und*
**) von der x - Achse begrenzt wird,*
muss man zuerst eine Stammfunktion F(x) berechnen und danach den Wert F(b) – F(a) bilden. $\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ $\boldsymbol{A(a;b) = \int_a^b f(x)\,.\,dx}$ $\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ ***bestimmte Integrale***

Anmerkung: Wenn das Intervall (a = – 2/b= + 3) beträgt, muss der Flächeninhalt in zwei Schritten berechnet werden! $\rightarrow$ $A(a;b) = \int_0^{-2} f(x)\,.\,dx \;+\; \int_0^{+3} f(x)\,.\,dx$

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die vom Graphen y = f(x) und der x – Achse im gegebenen Intervall eingeschlossen wird!

f(x): $y = 3\,x^2$; Intervall: (a = -3/b = +3);



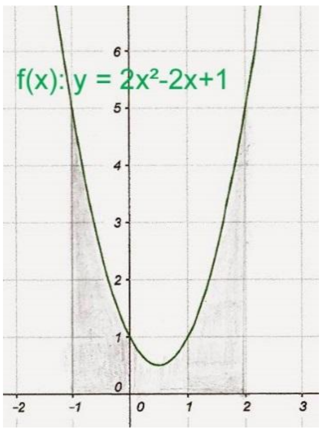
Der Graph f(x) liegt symmetrisch zur y-Achse, daher muss nur die Fläche A(0; 3) berechnet und dann verdoppelt werden!

$$\int_a^b f(x)\,.\,dx = \int_0^3 3\,x^2\,.\,dx = \left(\frac{3}{3}\,.\,x^3\right)\Big|_0^3 = x^3\Big|_0^3 =$$
$$= 27 - 0 = 27;$$

A(0;+3) = 27 FE $\rightarrow$ **A(– 0;+3) = 27 . 2 = 54 FE**

(= Flächeneinheiten)

f(x): $y = (2\,x^2 - 2\,x + 1)$; Intervall: (a = -1/b = +2);



$$\int_a^b f(x)\,.\,dx = \int_{-1}^{+2}(2\,x^2 - 2x + 1)\,.\,dx =$$
$$= \left(\frac{2}{3}\,x^3 - \frac{2}{2}\,x^2 + \frac{1}{1}\,x\right)\Big|_{-1}^{+2};$$
$$A(-1;+2) = \left(\frac{2}{3}\,x^3 - x^2 + x\right)\Big|_0^{-1} + \left(\frac{2}{3}\,x^3 - x^2 + x\right)\Big|_0^{+2} =$$
$$= \left(-\frac{2}{3} - 1 - 1\right) + \left(\frac{16}{3} - 4 + 2\right) =$$
$$= -\frac{8}{3} + \frac{10}{3} = \left|\frac{8}{3}\right| + \frac{10}{3} = \frac{18}{3} = \mathbf{6\ FE}$$

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Funktionen, Integralrechnungen, Flächeninhalt, Intervall, Stammfunktion