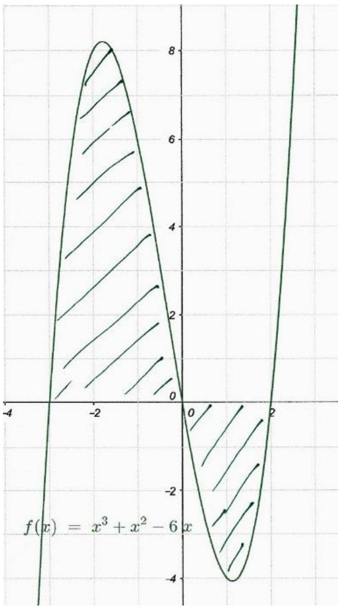
Funktionen – Anwendung der Integralrechnen – Flächeninhalt von f(x)

Lösungsblatt 3

*Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die vom Graphen **f(x): y = x³ + x² – 6x** und der x –Achse eingeschlossen wird!*

Anleitung: Da kein Intervall (a;b) angegeben ist, gelten die x-Koordinaten der Nullstellen als Intervall!



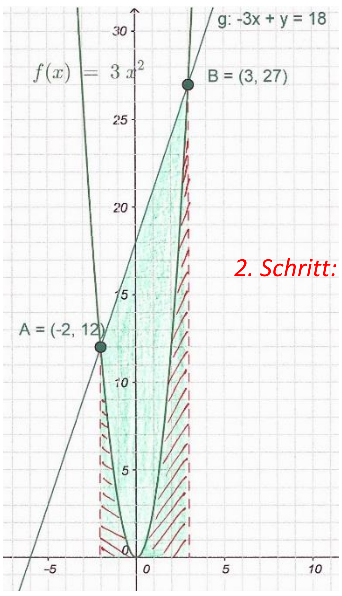
$$f(x):\ y = x^3 + x^2 - 6x;$$
$$x^3 + x^2 - 6x = 0$$
$$x(x^2 + x - 6) = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 0\,;$$
$$x_{2,3} = \frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + 6} = \frac{-1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{24}{4}} = \frac{-1}{2} \pm \frac{5}{2}$$
$$x_{2,3} = \underline{x_2 = +2}; \quad \underline{x_3 = -3}; \quad \underline{\text{Intervall: } (-3;+2)}$$
$$\int_a^b (x^3 + x^2 - 6x)\,.\,dx = \int_{-3}^{+2} (x^3 + x^2 - 6x)\,.\,dx =$$
$$A(-3;+2) = \left(\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{6}{2}x^2\right)\Big|_{-2}^{+3};$$
$$= \left|\left(\frac{81}{4} + \frac{27}{3} - \frac{54}{2}\right)\right| + \left|\left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3} - \frac{24}{2}\right)\right| = \left|\left(\frac{9}{4}\right)\right| + \left|\left(-\frac{56}{3}\right)\right| =$$
$$= \frac{9}{4} + \frac{56}{3} = \frac{27}{12} + \frac{224}{12} = \frac{251}{12} = 20{,}91 \text{ FE}$$

A(– 3;+2) = 20,91 FE;

*Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die von den beiden Graphen **f(x): y = 3 x²** und **g(x): y = 3x + 18** eingeschlossen wird!*

Anleitung: 1. Schritt: Berechnung der Schnittpunkte → die x – Werte sind die Werte für das Intervall (a;b)!
2. Schritt: Berechnung des Flächeninhalts → oberhalb (y = 3 x + 18) minus unterhalb y = 3 x² !

1. Schritt:



$$f(x) \cap g(x): \quad y = y$$
$$3x^2 = 3x + 18 \quad |:3$$
$$x^2 = x + 6 \quad \rightarrow \quad x^2 - x - 6 = 0 \quad \rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6}$$
$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{24}{4}} \quad \rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{5}{2}$$
$$\underline{x_1 = +3}; \quad \underline{x_2 = -2}; \quad \underline{\text{Intervall: } (-2;+3)}$$

2. Schritt:

$$g(x) - f(x) = 3x + 18 - 3x^2$$
$$\int_a^b (3x + 18 - 3x^2)\,.\,dx = \int_{-2}^{+3} (3x + 18 - 3x^2)\,.\,dx =$$
$$= \left(\frac{3}{2}\,.\,x^2 + 18x - \frac{3}{3}\,.\,x^3\right)\Big|_{-2}^{+3};$$
$$A(-2;+3) = \left(\frac{3}{2}\,.\,x^2 + 18x - x^3\right)\Big|_{-2}^{+3} =$$
$$= \left(\frac{27}{2} + 54 - 27\right) - \left(\frac{12}{2} - 36 + 8\right) = \frac{81}{2} + \frac{44}{2} = \frac{125}{2} \text{ FE} \rightarrow$$

A(– 2;+3) = 62,5 FE;

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Funktionen, Integralrechnungen, Flächeninhalt, Intervall, Stammfunktion