

Gleichungen – Schnitt- und Berührungsaufgaben

Arbeitsblatt 4

Berührungsbedingungen (BB) für Kegelschnitte in 1. Hauptlage:

Ellipse: $d^2 = a^2 \cdot k^2 + b^2$

Hyperbel: $d^2 = a^2 \cdot k^2 - b^2$

Parabel: $p = 2 \cdot k \cdot d$

Spaltform der Tangentengleichungen für Kegelschnitte in 1. Hauptlage:

Ellipse:

$t_{\text{ell}}: b^2 \cdot x \cdot x_T + a^2 \cdot y \cdot y_T = a^2 \cdot b^2$

Hyperbel:

$t_{\text{hyp}}: b^2 \cdot x \cdot x_T - a^2 \cdot y \cdot y_T = a^2 \cdot b^2$

Parabel:

$t_{\text{par}}: yy_T = p \cdot (x + x_T)$

Wie lauten die Gleichungen der Tangenten, die vom Punkt $P(-10/0)$ an die Parabel $\text{par}: y^2 = 4x$ gelegt werden können?

$t_{\text{par}}: y = k \cdot x + d$

BB: $p = 2 \cdot k \cdot d$;

$\text{par}: y^2 = 4x \rightarrow p = 2$

$t_{\text{par}}: y = k \cdot x + d \rightarrow P(-10/0); P \in t$
 $0 = k \cdot (-10) + d \rightarrow d = 10 \cdot k$

$p = 2 \cdot k \cdot d$

$\parallel d = 10 \cdot k$

$\parallel d_{1,2} = \pm 3,16$

$\parallel t_{\text{par}}: y = k \cdot x + d$

$\parallel t_{\text{par}}: y = +0,316x + 3,16$

$\parallel t_{\text{par}}: y = -0,316x - 3,16$

$k^2 = 0,1$

$k_{1,2} = \pm 0,316$

Berechnung der Koordinaten der Berührungspunkte T_1 und T_2

$\text{par}: y^2 = 4x \cap t_{\text{par}}: y = +0,316x + 3,16 \quad \text{par}: y^2 = 4x \cap t_{\text{par}}: y = -0,316x - 3,16$

$$x_{1,2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} =$$

$$\rightarrow \underline{x = +10}$$

$$y^2 = 4 \cdot x \rightarrow y^2 =$$

$$\underline{y_{1,2} = \pm 6,32}$$

$$\underline{T_1 = (+10 / +6,32); T_2 = (+10 / -6,32)}$$

